

## ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В ЗАЛИВЕ ПОСЬЕТА СЕЙШЕВЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ ЕГО УРОВНЯ

**Новотрясов В.В.**

*Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева, г. Владивосток  
vadimnov@poi.dvo.ru*

Результаты натурных исследований сейшевых колебаний уровня  $z$  в бухтах, прилегающих к заливу Посьета, опубликованы в работах [1, 2]. Численное моделирование сейшевых колебаний уровня в этих бухтах выполнено в работе [3]. Исследования внутренних/бароклинных сейшевых колебаний в зал. Посьета ранее не проводились. В работе частично восполнен пробел в натурных исследованиях подобных колебаний на примере пульсаций температуры в зал. Посьета. Исследования сейшевых колебаний уровня выполнялись по данным мареографа, установленного на побережье у входа бухты Витязь. Сейшевые пульсации температуры изучались с использованием двух приповерхностных буйковых станций, установленных на изобатах 50 м и 70 м.

Определение частотного состава колебаний  $z$  и пульсаций температуры  $T$  морских вод в заливе выполнялось по спектрам колебаний этих характеристик методом стандартного спектрального анализа [4]. В результате анализа было установлено интенсивное проявление колебаний уровня и пульсаций температуры на частоте  $n_0 \approx 1/48$  мин<sup>-1</sup> и менее интенсивное проявление на частотах  $n_1 \approx 1/33$  мин<sup>-1</sup>,  $n_2 \approx 1/27$  мин<sup>-1</sup> и  $n_3 \approx 1/25$  мин<sup>-1</sup>.

Воспользовавшись аналитической оценкой частоты фундаментальной моды и её нечётных мод полузакрытого бассейна простейшей формы с параметрами близкими к параметрам зал. Посьета, показано, что колебания на указанных частотах близки к частотам  $n_0$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_3$  – самых интенсивных максимумов спектров сейшевых колебаний уровня и пульсаций температуры исследуемого бассейна.

По нашему мнению, близость между частотами пульсаций температуры и сейшевых колебаний уровня, а также наличие пульсаций этих характеристик с разностной частотой между частотой фундаментальной моды и её нечётных мод сейшевых пульсаций температуры указывает на возможность существования в заливе явления параметрической неустойчивости внутренних волн, вызванной сейшевыми колебаниями его уровня.

Явление, заключающееся в нарастании колебаний температуры, скорости течений, вертикального смещения частиц жидкости от их положения

равновесия в морском бассейне под воздействием колебаний его уровня, получило название параметрической неустойчивости, или параметрического резонанса [5]. Проанализируем это явление на примере вертикальной составляющей скорости внутренней волны в морском полуограниченном бассейне.

Рассмотрим бассейн с покоящейся морской водой, плотность которой зависит только от глубины. Предположим, что бассейн охвачен внутренними волнами. Выпишем уравнение для вертикальной компоненты скорости  $w$  этого волнения. Оно имеет вид [6]

$$\Delta_h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + N_0^2(z) \Delta_h w + \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial z^2} = 0 \quad (1)$$

Здесь  $\Delta_h \equiv \partial_{xx}^2 + \partial_{yy}^2$ ;  $N_0^2(z) = -(g/\rho_0) d\rho_0/dz$  квадрат частоты плавучести.

Для плавного изменения  $N_0^2(z)$  решение уравнения (1) представим в виде разложения:

$$w(x, z; t) = \sum_m \psi_m(t) \frac{1}{\sqrt{N_0(z)}} \sin \left[ \frac{m\pi}{H} \int_0^z N_0(\varphi) d\varphi / \bar{N}_0 \right] \exp(ikx) \quad (2)$$

Подставив в уравнение (1) выражение (2) преобразуем уравнение (1) к виду:

$$\frac{d^2}{dt^2} \psi_m + \left[ \frac{(k\bar{N}_0)^2 H^2}{(m\pi)^2 + (kH)^2} \right] \psi_m = 0 \quad (3)$$

Предположим, что глубина бассейна  $H$  изменяется под действием сейшевых колебаний его уровня, т.е.  $H \approx H_0 + z \cos(\omega_* t)$ . Здесь  $H_0$  – его глубина в отсутствие колебания,  $z$ ,  $\omega_*$  амплитуда и частота сейшевых колебаний. Полагая, что  $\zeta/H_0 \ll 1$ , получим  $H^2 \approx H_0^2 + 2H_*^2 \cos(\omega_* t)$ , здесь  $H_* = H_0 (\zeta/H_0)^{1/2}$ .

Вводя новую переменную  $\tau = \omega_* t$  и обозначения

$a = \left[ (\bar{N}/\omega_*) / (kH_0/m\pi) \right]^2$ ,  $q = -\mu a$ , где  $\mu = (\zeta/H_0)$ , преобразуем уравнение (3) к виду

$$d^2 \psi_m / d\tau + (a - 2q \cos(\tau)) \psi_m = 0 \quad (4)$$

Уравнение (4) является известным уравнением Матье. Его общее решение имеет вид [7]

$$\psi_m(\tau) = C_1 \exp(iv\tau) \Phi(\tau) + C_2 \exp(-iv\tau) \Phi(-\tau), \quad (5)$$

где  $C_1, C_2$  – константы;  $\Phi(\tau)$  и  $\Phi(-\tau)$  – периодические функции; величина  $v$ , имеющая смысл скорости роста, есть функция параметров  $a$  и  $q$ , может принимать комплексные значения, при которых решение (5) экспоненциально растёт со временем.

Явление, заключающее в нарастании колебаний параметров системы, называют параметрическим резонансом. Из теории этого резонанса

[7] известно, скорость роста при  $q \ll 1$  будет пропорциональна  $|q|$ . Согласно определению  $a$  при  $kH_0 \ll 1$ , величину  $q = -\mu a$  можно оценить по формуле

$$q \approx -(\zeta/H_0)(\bar{N}/\omega_*)^2 (kH_0/m\pi)^2.$$

Отсюда следует, что скорость роста внутренней моды сейшевых колебаний в мелкой воде прямо пропорциональна отношению амплитуды поверхностной сейши к глубине бассейна и квадратично от отношения усреднённой по глубине частоты плавучести к частоте сейшевых колебаний уровня.

Таким образом, в результате исследований сейшевых колебаний уровня и пульсаций температуры в зал. Посьета, установлены частоты:  $\nu_0 \approx 1/48$  мин<sup>-1</sup>,  $\nu_1 \approx 1/33$  мин<sup>-1</sup>,  $\nu_2 \approx 1/27$  мин<sup>-1</sup>,  $\nu_3 \approx 1/25$  мин<sup>-1</sup>, на которые приходится наиболее интенсивные колебания, как уровня, так и температуры в зал. Посьета. На примере бассейна простой формы с параметрами близкими к параметрам зал. Посьета, показана близость частоты фундаментальной моды бассейна к частоте  $\nu_0$ , а частот её нечётных мод к частотам:  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$ , соответственно. Показано, что сейшевые колебания уровня могут вызывать параметрическую неустойчивость внутренних гравитационных волн (ВГВ), которые, в свою очередь, индуцируют пульсации температуры на частотах этих волн в заливе. С использованием теории параметрической неустойчивости сформулирован механизм возбуждения ВГВ на частоте фундаментальной моды залива  $\nu_0$  под действием параметрического резонанса этой волны с фундаментальной модой сейшевых колебаний уровня в заливе. В рамках этой же теории дана интерпретация спектральных максимумов на разностной частоте между ВГВ с частотой фундаментальной моды  $\nu_0$  и частотами  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$  её нечётных мод.

### Литература

1. Долгих Г.И., Будрин С.С., Долгих С.Г. и др. Собственные колебания уровня воды в бухтах залива Посьета Японского моря // Метеорология и гидрология. 2016. № 8. С. 57–63.
2. Chupin V., Dolgikh G., Dolgikh S. et. al. Study of Free Oscillations of Bays in the Northwestern Part of Posyet Bay. J. Mar. Sci. Eng. 2022. 10. 1005. <https://doi.org/10.3390/jmse10081005>.
3. Смирнов С.В., Ярошук И.О., Леонтьев А.П. и др. Исследование резонансных колебаний в восточной части залива Посьета // Метеорология и гидрология. 2018. № 2. С. 37–44.
4. Thomson R.E. and Emery W.J. Data Analysis Methods in Physical Oceanography. N.Y., Elsevier Sci. 2013. 728 p.
5. Ле Блон П., Майсек Л. / Волны в океане. М.:Мир. 1981. Т. 1. 480 с.
6. Миропольский Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Л., Гидрометеоздат. 1981. 241 с.
7. Рабинович М.И., Трубицков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука. 1984. 430 с.