

Федеральное агентство научных организаций  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильчева  
Дальневосточного отделения Российской академии наук

УДК 55+550.3 (260/265)  
№ гос. рег. 01201363045  
Инв. №



**ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ**

по теме  
**«НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ  
В ОКЕАНЕ И АТМОСФЕРЕ»**

(заключительный)

Руководитель работы  
д-р физ.-мат. наук

С.В. Прантц

Владивосток 2016

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель работы

зав. отделом физики океана и атмосферы,  
зав. лабораторией нелинейных динамических систем  
д-р физ.-мат. наук

С.В. Пранц  
(раздел 1, реферат,  
введение, заключение,  
общее редактирование)

Ответственные исполнители:

Зав. лабораторией геофизической  
гидродинамики  
д-р физ.-мат. наук

К.В. Кошель  
(раздел 5)

Зав. лабораторией взаимодействия  
океана и атмосферы  
д-р физ.-мат. наук

М.С. Пермяков  
(раздел 11)

Вед. науч. сотр.  
д-р физ.-мат. наук

А.О. Максимов  
(раздел 7)

Вед. науч. сотр.  
д-р физ.-мат. наук

В.В. Новотрясов  
(раздел 3)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

Д.В. Степанов  
(раздел 2)

Вед. науч. сотр.  
д-р физ.-мат. наук

М.Ю. Трофимов  
(раздел 8)

Вед. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

Б.В. Пак  
(раздел 6)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

С.Б. Козицкий  
(раздел 4)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

А.Д. Захаренко  
(раздел 8)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

П.С. Петров  
(раздел 12)

Науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

Е.А. Рыжов  
(раздел 5)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

Т.В. Гордейчук  
(раздел 10)

Науч. сотр.  
канд. хим. наук

М.В. Казачек  
(раздел 10)

Ст. науч. сотр.  
д-р физ.-мат. наук

Д.В. Макаров  
(раздел 9)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

М.В. Будянский  
(раздел 1)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

М.Ю. Улейский  
(раздел 1)

Науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

Л.Е. Коньков  
(раздел 9)

Вед. Инженер

П.А. Файман  
(раздел 1)

Ст. науч. сотр.  
канд. физ.-мат. наук

Е.В. Соседко  
(раздел 9)

Вед. Инженер

Н.П. Маликова  
(раздел 11)

Вед. Инженер-программист

В.И. Семыкин  
(раздел 11)

## РЕФЕРАТ

Отчет 91с., 45 рис., 2 табл., 1 прил.

ЛАГРАНЖЕВА ОКЕАНОГРАФИЯ, ЛАГРАНЖЕВЫ ФРОНТ, ЛАГРАНЖЕВЫ ИНДИКАТОРЫ, ЛАГРАНЖЕВЫ КАРТЫ, КРУПНОМАСШТАБНОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ И ПЕРЕНОС, МЕЗОМАСШТАБНЫЕ И СУБМЕЗОМАСШТАБНЫЕ ВИХРИ И ИХ ЭВОЛЮЦИЯ, ХАОТИЧЕСКАЯ АДВЕКЦИЯ, ПОКАЗАТЕЛЬ ЛЯПУНОВА, СВОБОДНЫЕ И ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ ВИХРИ, ТЕРМОХАЛИННАЯ КОНВЕКЦИЯ, НЕЛИНЕЙНЫЕ ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ, ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ, РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА, СЛУЧАЙНО НЕОДНОРОДНЫЙ ВОЛНОВОД, ЛУЧЕВОЙ ХАОС, ВОЛНОВОЙ ХАОС, РАССЕЯНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН, АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ, ПУЗЫРЬКИ ГАЗА, МОРСКИЕ ОСАДКИ, , ОБРАЩЕНИЕ ВОЛНОВОГО ФРОНТА, ГЕТЕРОГЕННАЯ НУКЛЕАЦИЯ, СОНОЛЮМИНИСЦЕНЦИЯ, ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ, ТУРБУЛЕНТНАЯ ДИФФУЗИЯ

В настоящем отчете представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований нелинейных динамических процессов в океане. Работы по данному проекту выполнены на современном научном уровне и явились продолжением многолетних исследований коллектива отдела физики океана и атмосферы.

Введена концепция лагранжевых фронтов в океане и разработан численный метод их обнаружения. Создана база данных с ежесуточными синоптическими картами различных лагранжевых характеристик в северо-западной части Тихого океана с нанесением на них величин и мест максимальных уловов сайры в регионе по данным Госкомрыболовства по сайровым путинам. Проведен анализ гидрологических условий в для сезонов с развитыми первой и второй ветвями Ойясио. Установлена статистически значимая корреляция лагранжевых фронтов с местами, благоприятными для промысла сайры.

Изучено влияние синоптических вихрей на расходы через проливы между Беринговым морем и Тихим океаном. Показано, что поверхностный поток южного направления через Камчатский пролив демонстрирует сезонную изменчивость: он максимальен между ноябрем и апрелем и минимальен в июне – сентябре. Это объясняется временными изменениями напряжения ветра в регионе. Межгодовые изменения этого потока статистически значимо коррелируют с втоком воды через пролив в Берингово море.

В рамках вихреразрешающей многослойной региональной численной модели циркуляции океана проведен трехмерный лагранжев анализ вертикальной структуры глубоководных вихрей в Японской котловине Японского моря. Показано, что вертикальная структура типичных

топографически обусловленных антициклонических вихрей модели эволюционирует в течение года. Данные гидрофизических разрезов таких вихрей в море и натурных измерений на зажоренных станциях хорошо согласуются с результатами численного моделирования.

Исследовались долгоживущие мезомасштабные вихри, регулярно наблюдаемые с океанической стороны Курильских островов и оказывающие существенное влияние на океанографическую обстановку и рыбный промысел. Лагранжевыми методами подробно изучался антициклонический вихрь «Буссоль», съемка которого проводилась в 56 рейсе НИС «Профессор Гагаринский» в конце июня 2012 г. С помощью лагранжевых индикаторов и их карт исследованы происхождение, структура, эволюция, обмен водой и распад вихря «Буссоль». Результаты моделирования подтверждаются СТД данными съемки вихря и буев Арго, а также треками поверхностных дрифтеров.

Используя данные численного моделирования исследована климатическая изменчивость циклонического круговорота на промежуточных горизонтах и в глубоководных слоях Японского моря в период с 1948 по 2009 гг. Установлено, что на межгодовых масштабах квазипериодическое ослабление (интенсификация) циклонического круговорота характеризуется колебаниями с периодами 3, 4 и 5 лет, а на декадных временных масштабах, выявлена его значительная интенсификация на интервале с 1948 по 1965 гг., после которого, вплоть до начала 2000-х годов наблюдается период его значительного ослабления. На основе анализа данных вихредопускающего численного моделирования, установлено, что на шельфе о. Сахалин в зимневесенний период Восточно-Сахалинское течение имеет значительную пространственную неоднородность, обусловленную вихревыми образованиями, которые формируются в ледовый период и регистрируются с марта до конца мая.

С использованием данных наблюдений, полученных в прибрежных экспедициях 2013, 2014, 2015, 2016 гг, представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований сильно нелинейных внутренних волновых боров на пикноклине шельфовых вод залива Петра Великого Японского моря. Сформулирована гидродинамическая модель трансформации слабо дисперсных сильно нелинейных волновых боров при их накате на прибрежную зону на основе расширенного за счёт включения кубической нелинейности, уравнения КdВ. Установлено, что зарегистрированный в эксперименте осенью 2012 года внутренний волновой бор представляет новый тип внутреннего приливного фронта на пикноклине прибрежных вод – внутренний слабо дисперсионный сильно нелинейный внутренний волновой бор с интенсивностью близкой к предельной интенсивности уединённых внутренних волн в волноводе с кубической нелинейностью.

Разработаны модели систем с многокомпонентной конвекцией в двумерной и трехмерной геометрии, а также численные алгоритмы их реализующие. Проведено численное моделирование

этих систем, в результате которого изучены типы конвективных структур и особенности хаотических режимов, характерные для систем при различных значениях параметров. Изучено влияние слабого вращения и других осложняющих факторов на форму конвективных структур. Полученные результаты способствуют более глубокому пониманию процессов тепломассопереноса в океане и атмосфере, позволяют более корректно описывать вихревые и конвективные структуры, возникающие в физических системах с конвективной неустойчивостью и могут также быть основой более продвинутых систем с мультикомпонентной конвекцией.

Разработана комплексная численная модель для описания медленного течения в расчетной области, состоящей из толстого вязкого слоя, покрытого тонким многослойным вязким пластом для двух- и трехмерного вариантов. Модель соединяет в себе уравнения Стокса, описывающие течение в слое с уравнениями Рейнольдса в пласте. Проведено аналитическое исследование уравнений движения границ пласта и показано различие режимов ее эволюции на малых и больших временах. Получено асимптотическое условие, позволяющее реализовать сопряжение разнородных уравнений поля скоростей на больших временах с хорошей аппроксимацией и без существенных вычислительных затрат. Получены модельные расчеты полей скоростей под крупномасштабными кольцевыми структурами.

Используя асимптотическое условие построена система квазилинейных уравнений параболического типа, для описания эволюции границ раздела пласта на больших временах. В отличие от большинства ранее известных комплексных моделей, предлагаемая модель позволяет вести расчет эволюции неоднородного течения с хорошей точностью и с большим шагом по времени, что значительно сокращает вычислительные затраты. Представлены результаты численного решения эволюционной задачи в случае значительных отклонений границ слоев пласта от начального положения и показаны их возможные геофизические приложения. Разработана численная модель миграции двухкомпонентного легкого флюида в вязком скелете. Проведено численное моделирование процесса аккумуляции флюида и формирования в толще скелета концентрационных аномалий флюида под воздействием рельефа верхней границы расчетной области и вариаций потока флюида на нижней границе. Показаны возможные геофизические приложения результатов моделирования для исследования зоны перехода океан-континент.

В задаче о рассеянии вихревой пары на топографическом вихре выявлено два типа движения. Первый соответствует захвату пары топографией. Второй соответствует нелокализованному движению пары. Показано, что реализация одного из режимов определяется симметрией начального положения пары относительно топографии и отношением интенсивности пары к интенсивности топографического вихря.

Проанализировано движение трех вихрей в двухслойном океане. Получены условия существования стационарных (трансляционных и ротационных) коллинеарных состояний. Малые возмущения приводят к появлению периодических колебаний вихрей относительно невозмущенных положений. Получены аналитические выражения для параметров соответствующих эллипсов, а также для частот колебаний. При конечных возмущениях движения более сложные. Проведена классификация возможных движений. Показана возможность возникновения хаотических режимов в индуцированных полях скоростей при достаточно малых возмущениях стационарных конфигураций.

Рассмотрено взаимодействие сингулярных и распределенных вихревых структур с нестационарными деформационными внешними потоками. Выявлена роль хаотической адвекции и турбулентной диффузии в формировании распределения примеси в поле скоростей индуцированном эллипсоидальными (дипольными) вихревыми структурами, взаимодействующими с нестационарным деформационным внешним потоком. Показано, что в целом, вклад вертикальной диффузии существенен при не очень малом коэффициенте вертикальной диффузии, но соответствующем реально встречающимся ситуациям.

Изучено движение двух точечных вихрей, взаимодействующих с осциллирующим фоновым потоком, содержащим сдвиговую и вращательную компоненты. Показано, что окрестность устойчивых положений вихрей подвергается параметрическому резонансу. Параметрическая неустойчивость приводит к спиральным траекториям вихрей начинающих движение из окрестности устойчивых положений равновесия. Такой тип движения ограничен областью сильной нелинейности в окрестности сепаратрисы. Показано, что параметрическая неустойчивость не оказывает существенного влияния на размеры хаотической области. Размер хаотической области определяется перекрытием нелинейных резонансов, возникающих в возмущенной системе.

На основе теоретических и экспериментальных исследований разработаны методы диагностики газовых включений в осадках и водной толще. Выполнено последовательное описание динамики газового пузырька при его колебаниях вблизи межфазной границы: получено аналитическое выражение для сдвига собственной частоты, определены поправки к коэффициенту затухания за счет вязких потерь и радиационного излучения; найден характер и форма деформационных искажений, определен закон пространственного спадания поправок при удалении от границы. Эти результаты закладывают основу для применения пассивных методов диагностики утечек газа в подводных трубопроводах и мониторинга потоков метана в подводных сипах

Разработаны новые методы диагностики газовых включений с использованием обращенных во времени сигналов. Два фактора: локальный характер и резонансная природа излучения звука

пузырьками при их рождении приводят к чрезвычайно эффективному механизму рассеяния обращенной волны на всплывающей пелене пузырьков. Фокусировка обращенного сигнала на источнике, резонансная природа рассеяния и возможность переизлучать обращенные сигналы со значительным усилением определяет преимущество предложенного подхода по сравнению с существующими пассивными методами диагностики.

Пространственные и временные фокусирующие свойства антенн, использующих обращенные во времени сигналы, исследовались для диагностики утечек подводных трубопроводов в специфических условиях шельфа о-ва Сахалин. Получено интегральное представление для обращенных во времени сигналов в районе источников утечки в терминах функций Грина волновода Пекериса. Форма акустических сигналов позволяет в явном виде представить результат в виде ряда различных траекторий распространения сигнала в волноводе.

При изучении газовых включений в морских осадках основное внимание было уделено специфическим механизмам их возникновения. Изучены особенности нуклеации на неровной поверхности. Каверны являются наиболее вероятными местами возникновения зародышей. Определена работа, необходимая для образования критического зародыша в сферической каверне с учетом упругости линии контакта зародыша. Получено выражение для суммарного потока зародышей, определяющего вероятность появления новой фазы. Оценены условия, когда данный механизм нуклеации является доминирующим – поры с шероховатыми стенками.

Для задачи распространения монохроматических звуковых волн в мелком море в высокочастотном приближении созданы модели распространения звука на основе модовых параболических уравнений: с учетом резонансного взаимодействия мод, и с использованием лучевого подхода. Тестовые вычисления показали вычислительную эффективность и хорошую точность полученных уравнений. На основе разработанных моделей созданы пакеты прикладных программ для моделирования трехмерных акустических полей в океане, порождаемых как тональными, так и импульсными источниками. Эти пакеты программ активно используются при анализе экспериментальных данных по акустическому мониторингу и планировании акустических экспериментов в дальневосточных морях России.

Рассмотрена задача о рассеянии звука на синоптических вихрях в океане в режиме лучевого хаоса. Показано, что искажение профиля скорости звука, обусловленное вихрем, усиливает рассеяние определенных пучков лучей на внутренних волнах. Получены формулы, позволяющие идентифицировать модовые импульсы, соответствующие таким пучкам. Эти модовые импульсы выделяются на фоне остальных значительно увеличенной длительностью. Данное обстоятельство может быть использовано для получения дополнительной информации при акустической томографии. Представлен новый алгоритм вычисления углового спектра импульсных сигналов. Он основан на использовании преобразования Хусими и может быть реализован с помощью

короткой вертикальной антенны, состоящей из ненаправленных гидрофонов. Получена диаграмма принимаемого сигнала в плоскости «время прихода - угол прихода». Разработанный подход применен для модели подводного звукового канала в Японском море.

Разработана теория итеративных параболических аппроксимаций для линейного и нелинейного уравнений Гельмгольца. Показано, что в случае оптических и акустических волноводов вычисление лишь небольшого числа членов ряда позволяет с высокой точностью приблизить решение уравнения Гельмгольца. В случае линейного уравнения Гельмгольца, описывающего распространение акустических волн в однородном по горизонтали волноводе мелкого моря, установлена равномерная сходимость параболических аппроксимаций к решению уравнения Гельмгольца (для любой конечной трассы). Выведены условия прозрачной границы для системы итеративных параболических уравнений. Показано, что данные условия позволяют с высокой точностью моделировать распространение звуковых волн в неоднородных волноводах мелкого моря с открытыми границами. Получены асимптотики решения ряда задач акустики мелкого моря с трехмерными неоднородностями рельефа дна. В частности, решена задача о распространении звука в волноводе с наклонным дном. Показано, что полученная асимптотика с высокой точностью приближает решение задачи для достаточно малых углов наклона дна. Получено аналитическое решение задачи о распространении звука в мелком море с подводным каньоном.

Проведены систематические исследования сонолюминесценции (СЛ) водных растворах галогенидов и поверхностно-активных соединений щелочных металлов с целью выяснения механизмов излучения атомных линий металлов при СЛ. В спектрах СЛ линии щелочных металлов имеют сложный профиль, отличный от спектра в пламени, и состоят, по крайней мере, из двух компонент - сдвинутой ассиметрично уширенной компоненты и несдвинутой узкой компоненты, которая соответствует спектру в пламени. При исследовании СЛ водных растворов додецилсульфата Na (поверхностно-активное вещество – ПАВ), смеси додецилсульфата Na с хлоридами Li и K при частоте облучения ультразвуком 20 кГц, было обнаружено, что поверхностно-активные свойства раствора не только многократно усиливают яркость линии металлов, но приводят к сужению профиля линии по сравнению с растворами хлоридов. Эффект объяснен, в частности, низкой энергией связи атома металла в молекулах ПАВ, наряду с высокой концентрацией металла у поверхности пузырьков, обусловленной свойствами ПАВ. Исследование СЛ водных растворов хлорида Na и додецилсульфата Na при облучении ультразвуком различной частоты обнаружило сужение линии при повышении частоты ультразвука в обоих случаях, и изменение ее формы. На высокой частоте наблюдалось подавление широкой компоненты линии с выделением узкой компоненты, особенно заметное в растворах ПАВ. Модельные расчеты показали, что увеличение частоты дает смещение диапазона плотности высвечивания металла в

сторону более низких значений и рост доли узкой компоненты линии, особенно существенно в случае ПАВ.

Обнаружено различие формы линии Нав спектрах СЛ водных растворов ПАВ с различной длиной гидрофобной цепи. Удлинение гидрофобной цепи приводило к сужению широкой и выделению узкой компоненты. Одновременно наблюдалось ослабление «голубого сателлита» - горба на коротковолновом склоне линии. Происхождение «голубых сателлитов» объясняют образованием эксимерных молекул по типу «щелочной металл-инертный газ», формирование которых возможно только в условиях высокой плотности, и которые, как принято считать, также ответственны за излучение широкой компоненты. Результаты позволили выявить тенденцию – уменьшение размера пузырьков и повышение стабильности их поверхности (как при повышении частоты ультразвука, так и при увеличении поверхностной активности раствора) приводит к подавлению широкой компоненты линии. Полученные результаты объяснены в контексте динамики кавитационных пузырьков, и позволяют сделать вывод о существенно различных механизмах излучения широкой и узкой компонент линии при СЛ металлов.

Разработаны баротропная и двухслойная бароклинная численные модели динамики вихревых структур, в которых основные уравнения это уравнения переноса потенциальной завихренности с дополнительными членами, представляющие интегрально нелинейные эффекты планетарных пограничных слоев, с учетом горизонтальной изменчивости их основных характеристик. Для случая, когда пограничный слой представляется перемешанным слоем с непроницаемой границей на высоте инверсии плотности модели включают прогностическое уравнение для ее высоты и обычные уравнения вихря для свободной атмосферы. Программная реализация вариантов моделей выполнена с использованием конечноразностного метода четвертого порядка и псевдо-спектрального метода. В случае модели с перемешанным слоем для потоков в свободной атмосфере реализован полулагранжев метод адвекции контуров, для которого предложен ускоренный вариант алгоритма изменения топологии контуров. В численных экспериментах показано влияние различных параметризаций пограничного слоя в моделях на эволюцию вихревых структур синоптического масштаба, на развитие в них мезомасштабных вихрей.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Обозначения.....	13
Введение.....	14
<b>1      Лагранжев анализ вихрей в океане.....</b>	<b>23</b>
<b>1.1    Трехмерный лагранжев анализ вертикальной структуры глубоководных вихрей в Японской котловине Японского моря.....</b>	<b>23</b>
<b>1.2    Лагранжев анализ зарождения, структуры, эволюции и расщепления антициклонических Курильских вихрей.....</b>	<b>26</b>
<b>2      Моделирование циркуляции вод дальневосточных морей в условиях изменяющегося климата .....</b>	<b>29</b>
<b>2.1    Климатическая изменчивость циркуляции Японского моря, обусловленная изменчивостью атмосферного воздействия с 1948 по 2009 гг.....</b>	<b>29</b>
<b>2.2    Мезомасштабная изменчивость на восточном шельфе о. Сахалин в условиях наличия морского льда.....</b>	<b>31</b>
<b>3      Разработка экспериментальных, и теоретических методов исследования сильно нелинейных внутренних волн в прибрежной зоне приливного моря: внутренние волновые боры предельной интенсивности в прибрежной зоне Японского моря.</b>	<b>33</b>
<b>4      Конвективные структуры в гидродинамических системах .....</b>	<b>35</b>
<b>4.1    Моделирование структур многокомпонентной конвекции .....</b>	<b>35</b>
<b>4.2    Пограничные слои и критические параметры в системе с термохалинной конвекцией при больших числах Рэлея .....</b>	<b>37</b>
<b>5      Модели вихревых движений в океане .....</b>	<b>39</b>
<b>5.1    Индуцированные вихревыми структурами в жидкости, взаимодействующими с деформационным потоком, эффекты хаотической адвекции .....</b>	<b>39</b>
<b>5.2    Параметрическая неустойчивость движения двух вихрей, взаимодействующих с переменным фоновым потоком в окрестности положения равновесия .....</b>	<b>41</b>
<b>6      Построение комплексной численной модели медленного течения в неоднородной вязкой жидкости и некоторые геофизические приложения .....</b>	<b>46</b>
<b>6.1    Построение трехмерной комплексной численной модели медленного течения в многослойной вязкой жидкости .....</b>	<b>46</b>
<b>6.2    Численная модель эволюции медленного течения неоднородной жидкости на больших временах .....</b>	<b>49</b>

<b>7</b>	Методы диагностики газовых включений в осадках и водной толще.....	51
<b>7.1</b>	Динамика газовых включений при наличии геометрических ограничений .....	51
<b>7.2</b>	Использование обращенных во времени сигналов для диагностики подводных утечек .....	55
<b>7.3</b>	Гетерогенная нуклеация на неровной поверхности .....	58
<b>8</b>	Моделирование распространения акустических волн в слоистых геоакустических волноводах методом однонаправленных модовых уравнений ..	59
<b>8.1</b>	Метод акустических модовых параболических уравнений в случае резонансного взаимодействия мод .....	59
<b>8.2</b>	Лучевые модовые параболические уравнения в акустике мелкого моря .....	60
<b>9</b>	Рассеяние акустических импульсов в океане с крупномасштабными и мелкомасштабными неоднородностями .....	61
<b>10</b>	Форма атомных линий металлов при сонолюминесценции, ее связь с параметрами кавитационного коллапса и химическим окружением металла .....	66
<b>10.1</b>	Эффект поверхностно-активных свойств раствора .....	66
<b>10.2</b>	Эффект частоты ультразвукового облучения .....	67
<b>10.3</b>	Линия Na в спектрах СЛ водных растворов ПАВ с различной длинной углеродной цепи.....	69
<b>11</b>	Влияние пограничных слоев на эволюцию вихревых структур в океане и атмосфере .....	70
<b>12</b>	Новые численные и аналитические методы расчета звуковых полей в океане.....	73
<b>12.1</b>	Распространение звука в мелком море с подводными каньонами различной формы .....	73
<b>12.2</b>	Итеративные параболические аппроксимации для нелинейного уравнения Гельмгольца в среде Керра .....	76
<b>Заключение</b>	.....	78
<b>Приложение А</b>	.....	86

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

ВГВ – внутренняя гравитационная волна

ПВ – поверхностные волны

ПАВ – поверхностно-активное вещество

СЛ – сонолюминисценция

ПЗК – подводный звуковой канал

ФТ – фоновое течение

ЯМ – Японское море

## ВВЕДЕНИЕ

Океан и атмосфера являются глобальной нелинейной динамической системой, находящейся в неравновесном состоянии, с широким спектром пространственных и временных масштабов. Следствием нелинейности является интенсивный обмен энергией между различными степенями свободы и чувствительность состояния океана и атмосферы к малым изменениям некоторых параметров. Нелинейный характер динамики мезомасштабных и субмезомасштабных вихрей в приповерхностном слое океана играет определяющую роль в формировании синоптической изменчивости системы океан-атмосфера, и, таким образом, оказывает существенное влияние на качество прогноза погоды. Исследование динамической устойчивости, предсказание возможных режимов функционирования и их последствий невозможны без современной теории нелинейной динамической океанографии. Необходимость и научная значимость подобных исследований диктуется потребностью совершенствовать мониторинг окружающей среды и состояние биоресурсов, предсказывать в среднесрочной перспективе циркуляцию водных масс и ее изменчивости и контролировать распространение загрязнений в океане. Этот подход успешно применяется в океанологии, подводной акустике и физике атмосферы два десятилетия и позволяет понять природу ряда гидродинамических и акустических явлений, построить модели и получить результаты, невоспроизводимые другими методами.

При моделировании переноса и перемешивания в океане использовались аналитические и альтиметрические поля скорости, а также с поля гидрологических характеристик, полученных при прогонке численных моделей океанской циркуляции. Для лагранжева анализа движения вод достаточно большое число искусственных частиц (трассеров) размещается по поверхности бассейна и на компьютере вычисляются их траектории согласно простым уравнениям адвекции пассивных частиц. Мониторинг и численное моделирование циркуляции вод в дальневосточных морях России и в северо-западной части Тихого океана важны для адекватного понимания процессов переноса и перемешивания водных масс их изменчивости. Результаты исследований полезны для предотвращения и ликвидации загрязнения морской среды, для экологической экспертизы различных проектов добычи полезных ископаемых на морском шельфе и для оценки биопродуктивности тех или иных районов. В рамках госзадания в 2013 - 2016 гг. осуществлялось дальнейшее развитие лагранжева метода моделирования и анализа хаотического переноса и перемешивания в океане, синтезирующего современные математические методы теории динамических систем с традиционными методами физической и спутниковой океанологии.

В рамках разработанного подхода введена новая концепция лагранжевых фронтов в океане и разработан численный метод их обнаружения в альтиметрическом поле скорости по локальным максимумам градиентов лагранжевых индикаторов, главным образом, градиентов смещений пассивных частиц. В результате была создана база данных с ежесуточными синоптическими

картами различных лагранжевых характеристик в северо-западной части Тихого океана с нанесением на них величин и мест максимальных уловов сайры в регионе по доступным нам данным Госкомрыболовства. Целью являлось установление статистически значимой корреляции лагранжевых фронтов с местами, благоприятными для промысла сайры.

На базе теории нелинейных динамических систем и хаоса изучалось влияние синоптических вихрей на расходы через проливы между Беринговым морем и Тихим океаном. Предпринята попытка выяснить коррелируют ли межгодовые изменения этого потока с вtokом воды через пролив в Берингово море и какую роль играют при этом вихри в центральной и западной частях Берингова моря. В рамках вихреразрешающей многослойной региональной численной модели циркуляции океана проведен трехмерный лагранжев анализ вертикальной структуры глубоководных вихрей в Японской котловине Японского моря и их эволюции в течение года. Данные гидрофизических разрезов таких вихрей в море и натурных измерений на заякоренных станциях хорошо сравниваются с результатами численного моделирования. Исследовались долгоживущие мезомасштабные вихри, регулярно наблюдаемые с океанической стороны Курильских островов и оказывающие существенное влияние на океанографическую обстановку и рыбный промысел. В частности лагранжевыми методами подробно изучался антициклонический вихрь «Буссоль», съемка которого проводилась в 56 рейсе НИС «Профессор Гагаринский» в конце июня 2012 г. Была разработана лагранжева методика идентификации вихрей в альтиметрическом поле скорости и их взаимодействия с окружением. Результаты моделирования сравниваются с CTD данными съемки вихря и буев Арго, а также с треками поверхностных дрифтеров.

Окрайние моря северо-западной части Тихого океана проявляют сильную чувствительность к изменениям в климатической системе Земли. Особенности изменчивости циркуляции и гидрологического режима вод окрайних морей, а также причины и механизмы этих изменений являются фундаментальной задачей океанологии. Используя данные численного моделирования, выполненного на вихре-допускающем пространственном разрешении, проводится исследование гидрологического режима вод Японского и Охотского морей, а также их мезомасштабной динамики вод в условиях изменяющегося климата.

Пакеты нелинейных внутренних волн регулярно наблюдаются в прибрежной зоне океанов, в виде вертикальных смещений пикноклина прибрежных вод. Значительно реже регистрируются пакеты сильно нелинейных внутренних волн – внутренние волновые боры. Внутренние волновые боры представляют слабо изученное нелинейное явление распада, как правило, внутреннего прилива при его выходе в прибрежную зону океана. Гидродинамическая интерпретация таких волновых пакетов требует использования расширенного уравнения КdВ. Число работ, посвящённых натурным исследованиям волновых боров, из-за трудностей связанных с

организацией и проведением натурных наблюдений, а также гидродинамическим моделям этого явления крайне мало. Цель проводимых исследований – создание гидродинамических моделей генерации и последующей трансформации внутренних волновых боров при их накате на прибрежную зону окраинных морей России.

Считается, что конвекция является самым распространенным видом течений газа и жидкости во Вселенной, а среди различных видов конвекции особое положение занимает конвекция, обусловленная многокомпонентной диффузией. Такая конвекция может принимать самые различные формы. Она возникает, когда в некоторой системе в поле силы тяжести образуется неоднородное в пространстве распределение двух или нескольких компонент с различными коэффициентами диффузии. В океанологии бидиффузионная (термохалинная) конвекция играет важную роль в процессах тепло-массопереноса в океане и влияет на различные мелкомасштабные процессы, приводящие к формированию вертикальной микроструктуры гидрофизических полей (Timour Radko. Double-diffusive convection // Cambridge University Press, 2013, 344 p.).

В настоящее время многокомпонентная конвекция активно изучается как экспериментальными, так и теоретическими методами, включая численное моделирование. Одним из классических методов, позволяющих изучать системы с конвективной неустойчивостью вблизи точек бифуркации является метод амплитудных уравнений. Впервые этот метод для случая конвекции Рэлея-Бенара был использован в работе Ньюэла и Уайтхеда (1968) и позволил редуцировать исходную систему уравнений в частных производных к одному нелинейному эволюционному уравнению в случае одной валиковой моды. С тех пор метод амплитудных уравнений стал часто применяться для исследования самых разных конвективных явлений. Однако, можно отметить, что полный и обоснованный вывод амплитудных уравнений для систем с многокомпонентной конвекцией методом многомасштабных разложений пока слабо представлен в литературе. То же касается и работ по трехмерной многокомпонентной конвекции, не смотря на их растущую актуальность. Настоящее исследование нацелено на создание моделей двумерной и трехмерной многокомпонентной конвекции на основе амплитудных уравнений и их применение для численного моделирования конвективных структур. При этом внимание сосредоточено на важном для геофизических приложений случае больших чисел Рэлея. Основная идея состоит в комбинации строгого математического вывода амплитудных уравнений методом многомасштабных разложений и учета различных осложняющих факторов, таких как нелинейное взаимодействие нескольких конвективных мод, взаимодействие конвекции с полем горизонтальной завихренности, медленное вращение системы, отказ от приближения Буссинеска и других.

Методы нелинейной динамики и теории динамических систем активно применяются в физической океанографии для описания переноса и перемешивания водных масс вихревыми структурами и течениями. В работе изучалось взаимодействие вихревых структур с деформационными потоками, а также индуцированные эффекты хаотической адвекции и влияние на них турбулентной диффузии. Разработан метод решения уравнений адвекции-диффузии для модельных полей скорости. Изучены особенности вертикального и горизонтального переноса массы в трехмерной модели топографического вихря. Выявлены важные особенности движения вихревых структур, которые необходимо понимать при анализе спутниковых данных или результатов лагранжева анализа. Дело в том, что указанные подходы оперируют с нестационарными полями скорости, полученными за довольно ограниченных интервалах времени. Знание физических процессов, которые могут быть четко идентифицированы на ограниченных интервалах времени позволяет существенно продвинуться в анализе и интерпретации больших массивов данных.

Характерной особенностью строения верхней оболочки Земли (литосфера) является ее ярко выраженная горизонтально слоистая по вязкости и плотности приповерхностная структура. При численном моделировании тектонических процессов, происходящих в ней, необходимо описать сложные течения вязкой жидкости с сильно меняющимися геометрическими и временными характеристиками. Использование однородной во всей расчетной области системы уравнений для описания движения такой среды связано со значительными проблемами, так как даже очень малый шаг дискретизации как по пространству, так и по времени не обеспечивает достаточной точности приближенного решения.

Для того чтобы обойти указанные затруднения, используются так называемые комплексные модели (“coupling models” в англоязычной литературе), соединяющие в себе упрощенные уравнения в погранслойном приближении с более общими уравнениями вязкой жидкости. Однако в этом случае возникает проблема их сопряжения. В настоящее время для этой цели, как правило, применяются многошаговые итерационные процедуры, с помощью которых достигается выполнение условий непрерывности полей скоростей и напряжений в узлах расчетной сетки, расположенных на границе сопряжения областей с разнородными вязкими течениями. Однако использование таких процедур также требует существенных вычислительных затрат.

За отчетный период для моделирования тектонических движений в литосфере разработана комплексная численная модель вязкого течения в области, состоящей из толстого вязкого слоя (однофазного и двухфазного), покрытого тонким многослойным пластом переменной толщины. Для описания течения в пласте используются уравнения смазки (уравнения Рейнольдса), а для

течения в вязком слое — уравнения Стокса или уравнения вязкой компакции. Разработка комплексной модели включает в себя следующие этапы:

- асимптотическое исследование уравнений Рейнольдса с целью изучения особенностей режимов эволюции вязкого течения в пласте на малых и на больших временах;
- моделирование процесса аккумуляции флюида и формирования в толще скелета концентрационных аномалий в зоне перехода океан-континент под воздействием рельефа верхней границы расчетной области и вариаций потока флюида на нижней. Построение модельных полей максимальных скальвающих напряжений;
- использование результатов асимптотического исследования уравнений Рейнольдса для сопряжения разнородных уравнений в комплексной модели при вычислении поля скоростей на больших временах для двух- и трехмерного варианта;
- использование результатов асимптотического исследования для вычисления эволюции границ многослойного пласта на больших временах.

Актуальность исследований газовых включений в морских осадках связана с развитием технологий, направленных на использование океанического дна и его ресурсов: исследование и разработка запасов нефти и газа, оценка опасности возникновения подводных оползней, обустройство морских сооружений. Особое место в этом ряду занимает изучение условий, приводящих к формированию месторождений газогидратов, – нового источника энергетических ресурсов. Поведение пузырьков в осадках обладает специфическими отличиями, которые состоят в наличии ограничений – связей, препятствующих свободному перемещению стенки газового включения. Выполненные исследования заполняют пробел, существовавший в изучении акустических проявлений газового включения, расположенного вблизи или прикрепленного к межфазной поверхности, и позволяют аналитически описать поведение пузырька на малом (сопоставимом с его размером) расстоянии от границы. Показано, что использование специфических (бисферической и торOIDальной) систем координат позволяет провести разделение переменных и приводит к модифицированному уравнению Рэлея.

При подводной утечке газа формируются пузырьки различных размеров. Каждый пузырек издает звук на характерной частоте, связанной с его размером. Таким образом, анализируя звуки сипов, можно определить, как много пузырьков возникло и каковы их размеры. Звуковой сигнал, который пузырек издает при эманации в водную толщу, длится примерно 30 периодов колебаний, и за это время он всплывает на расстояние, сопоставимое с его радиусом. В результаты параметры излучения оказываются зависимыми от упругих свойств осадков и для интерпретации излучения необходимо использовать модель не свободного пузырька, а включения, пульсирующего при наличии связей.

Типичный эксперимент с обращенными во времени сигналами состоит в наличии источника, излучающего импульсный сигнал, который регистрируется с помощью приемно-излучающих датчиков (рессиверов), образующих антенну, стационарно размещенную в области измерений. После этого принятый сигнал обращается во времени, переизлучается, а результирующее поле фокусируется на источник излучения. То, что излучение пузырьков является резонансным и носит локальный характер, приводит к чрезвычайно эффективному механизму рассеяния обращенной волны на газовом включении, и позволяет использовать этот метод для диагностики подводных утечек.

Для задачи распространения монохроматических звуковых волн в мелком море в высокочастотном приближении требуется разработка моделей распространения звука на основе модовых параболических уравнений: с учетом резонансного взаимодействия мод, и с использованием лучевого подхода. На основе разработанных моделей создаются пакеты прикладных программ для моделирования трехмерных акустических полей в океане, порождаемых как тональными, так и импульсными источниками. Эти пакеты программ активно используются при анализе экспериментальных данных по акустическому мониторингу и планировании акустических экспериментов в дальневосточных морях России.

Исследование рассеяния акустических импульсов на неоднородностях при дальнем распространении звука в океане имеет ключевое значение с точки зрения различных приложений, среди которых следует особо выделить гидроакустическую томографию – неконтактный метод мониторинга состояния водных масс. Классическая схема гидроакустической томографии, предложенная Манком и Вуншем, основана на анализе времен прихода сигнала вдоль различных лучей, соединяющих источник и приемник. Однако, возможности схемы Манка-Вунша существенно ограничены лучевым хаосом – неустойчивостью лучей вследствие рассеяния на внутренних волнах. В связи с этим особую важность приобретают альтернативные схемы акустической томографии, например, модовая томография. Важным преимуществом модовой томографии является возможность использования низкочастотных сигналов, которые в значительно меньшей степени подвержены влиянию лучевого хаоса. Тем не менее, при частотах порядка 50-100 Гц лучевой хаос остается достаточно существенным фактором.

Нам удалось показать, что лучевой хаос может играть и конструктивную роль с точки зрения гидроакустической томографии. Ключевым моментом в предлагаемом нами подходе является способность синоптических вихрей менять свойства рассеяния различных мод акустического поля. В частности, они могут вызывать интенсивное взаимодействие между модами с определенной геометрией распространения. Вследствие межмодовой дисперсии, модовые импульсы, соответствующие этой группе, будут испытывать значительное увеличение длительности, что делает возможным их идентификацию с последующей оценкой характеристик

синоптического вихря. Выделение модовых импульсов может вызвать значительные затруднения в эксперименте, поскольку это требует использования протяженной приемной акустической антенны, нижний конец которой погружается на глубину порядка нескольких километров. В связи с этим нами был разработан алгоритм, позволяющий эффективно анализировать угловую структуру акустических импульсов по данным со сравнительно короткой приемной антенны, перекрывающей только малую часть океанической толщи. Алгоритм основан на преобразовании Хусими, которое нам удалось обобщить на случай импульсных сигналов.

Моделирование распространения акустических волн в трехмерно неоднородных средах в последние два десятилетия является предметом многочисленных исследований. В настоящее время существует большое количество существенно различных подходов к этой задаче. Во многих практических задачах оказывается, что прямое решение акустического волнового уравнения в трехмерных волноводах (например, методом конечных разностей) затруднительно ввиду ограниченности вычислительных ресурсов. По этой причине эти уравнения обычно решаются в частотной области с применением различных параболических аппроксимаций.

Большинство трехмерных акустических моделей, основанных на решении параболических уравнений, однако, имеет ряд принципиальных недостатков, таких, например, как некорректная аппроксимация условий на границах раздела сред. Эти недостатки являются следствием традиционного подхода к выводу параболических уравнений (основанного на аппроксимации операторного квадратного корня), в рамках которого среда предполагается горизонтально однородной. Однако, в практических задачах акустики мелкого моря существенную роль играют трехмерные неоднородности рельефа дна (т.е. неоднородности границы раздела).

Эффективный метод решения таких задач был впервые предложен М.Ю. Трофимовым (Trofimov M. Yu. Narrow-angle parabolic equations of adiabatic single-mode propagation in horizontally inhomogeneous shallow sea // Acoust. Phys. 1999. V. 45. P. 575-580.), в работе которого были получены параболические уравнения для модовых коэффициентов, учитывающие неоднородности рельефа дна и плотности. Эти уравнения получаются прямым использованием обобщенного метода многих масштабов в приложении к уравнению Гельмгольца. Отличительной чертой такого подхода является единообразный учет неоднородностей поля скорости звука и неоднородностей границы раздела.

В адиабатическом приближении акустические моды распространяются независимо друг от друга. Однако это приближение не всегда оказывается точным, что приводит к необходимости создания более совершенных моделей распространения звука на основе модовых параболических уравнений. В общем случае амплитуда каждой из мод будет зависеть от амплитуд всех остальных мод. Этим взаимодействием нельзя пренебречь, например, при распространении звука в областях со сложной геометрией. В таких областях также представляется актуальным совместить метод

модового параболического уравнения с лучевым подходом. Но для перечисленных моделей распространения звука вывод уравнений не так очевиден, часто громоздок и сопряжен с аналитическими тонкостями. Целью данного раздела является вывод таких уравнений, создание численных методов для этих уравнений и реализация их в виде пакетов прикладных программ.

Продолжалось развитие аналитических и численных методов решения задач акустики океана, а также общих математических методов моделирования распространения волн в неоднородных средах. В рамках первого направления нами был разработан ряд аналитических решений задач распространения звука в волноводах мелкого моря с трехмерными неоднородностями рельефа дна. Решения такого типа необходимы, в частности, для тестирования различных численных методов решения задач подводной акустики. Кроме того, аналитические решения позволяют осуществить более подробный анализ различных трехмерных эффектов распространения акустических волн и потому имеют также большое фундаментальное значение. Нами рассмотрен ряд наиболее типичных трехмерных неоднородностей рельефа дна, и исследовано распространение звука в волноводах с такими неоднородностями. В частности, нами получено аналитическое решение задачи распространения звука в мелком море с наклонным дном (угол наклона дна считается малым). Также нами получены аналитические представления звукового поля в волноводах с прямым или изогнутым подводным каньоном малой глубины. Наши решения получены с помощью теории нормальных волн в адиабатическом приближении, поэтому выражения для акустического поля имеют вид модового разложения, причем нами получены явные аналитические формулы для модовых амплитуд.

В рамках второго направления мы развиваем теорию итеративных параболических аппроксимаций для решения уравнения Гельмгольца. Впервые такие аппроксимации были получены в ТОИ ДВО РАН, причем было показано, что они обладают рядом важных преимуществ по сравнению с традиционными широкогольными приближениями для уравнения Гельмгольца, полученными методом Паде-аппроксимации операторного квадратного корня. В наших работах 2014-2016 гг данная теория была обобщена на случай трехмерного уравнения Гельмгольца. Также нами были получены условия прозрачной границы для итеративных параболических уравнений. Такие условия совершенно необходимы для решения типичных задач акустики океана, где расчетные области не имеют естественных физических границ. В ходе дальнейшего развития этой теории нами также были получены параболические аппроксимации для нелинейного уравнения Гельмгольца в среде Керра. Важно отметить, что стандартный подход к выводу широкогольных параболических уравнений не допускает обобщения на нелинейный случай, и в этом смысле наши недавние работы дают мощное средство для решения целого ряда практических задач.

Широкое использование ультразвука во многих областях человеческой деятельности требует понимания процессов, сопровождающих облучение жидких сред. Большинство

используемых эффектов обусловлены нелинейным коллапсом паро-газовых пузырьков (кавитацией), который сопровождается концентрацией энергии звука до 12 порядков величины. Как результат, в жидкости формируются короткоживущие микрообласти с температурами до 15000 К и давлениями до 500 атм (зависят от экспериментальных условий). Процессы, которые при этом протекают - от высокоэнергетических реакций до ионизации - отражаются в спектрах вспышек слабого излучения - сонолюминесценции (СЛ). Изучение процессов, позволяющих достичь "точечных" температур и плотностей вещества вплоть до условий термоядерной реакции, что теоретически возможно, является фундаментальной задачей. СЛ является уникальным методом исследования этих процессов и, кроме того, может использоваться в качестве удобного аналитического метода.

Мы изучаем механизмы излучения атомных линий металлов при СЛ растворов солевых и других соединений. В спектрах СЛ линии имеют сложный профиль и состоят, по крайней мере, из двух компонент - сдвинутой ассиметрично уширенной компоненты и несдвинутой узкой компоненты, которая соответствует спектру в пламени. Происхождение широкой компоненты объясняют, в частности, образованием эксимерных молекул по типу «щелочной металл-инертный газ», которые также считают ответственными за появление «голубых сателлитов» на коротковолновом склоне линий щелочных металлов в спектрах СЛ. Не вызывает сомнений то, что широкая компонента излучается из плотно сжатой среды изнутри пузырька. Происхождение узкой компоненты неясно. Исследование представляет интерес не только для СЛ, но и для звукохимии, поскольку механизмы попадания нелетучих соединений внутрь коллапсирующего пузырька поднимает базовые вопросы акустической кавитации.. В 2011 г. мы опубликовали гипотезу и основанную на ней модель, объясняющую сложный профиль линий металлов при СЛ. Мы объяснили ширину и асимметрию широкой компоненты наложением спектров, излученных в условиях изменяющейся плотности в ходе кавитационного коллапса. Согласно модели, появление узкой компоненты в спектре возможно только при плотностях порядка 1 Амг (1 Амага численно равна плотности газа при нормальных условиях). Модель была признана успешной и использована для интерпретации спектров одной из ведущих групп исследователей, занимающихся той же проблемой (Y. Hayashi, P.-K. Choi. Ultrason. Sonochem. 2015. **23**). Модель позволяет, методом наполнения экспериментальных спектров расчетными, оценивать диапазон плотности и фазу высвечивания металлов в течение кавитационного коллапса. Модель использована нами для объяснения ряда эффектов, полученных при систематическом исследовании СЛ металлов в рамках госзадания в 2013 - 2016 гг., а также другими авторами.

Планетарные пограничные слои в значительной степени определяют структуру и эволюцию вихревых образований в океане и атмосфере, так как в них проявляются разнообразные эффекты вращения Земли, завихренности самих потоков и трения о подстилающую поверхность.

Физически правильный учет этих эффектов в динамике синоптических или мезомасштабных потоков даже в сравнительно простых квазидвумерных моделях, представляющих уравнения переноса вихря с источниками и стоками завихренности, требует включения в уравнение кроме линейных членов, как это обычно делается, еще и нелинейных членов, представляющих эффекты пограничных планетарных (экмановских) слоев. При этом необходимо учесть и значительную пространственную изменчивость основных характеристик пограничных слоев в реальных условиях. В атмосферных вихрях типа циклонов над океаном процессы в пограничном слое атмосферы так же определяют источники энергии и завихренности. Целью работы являлось построение численных квазидвумерных баротропной и двухслойной бароклинной моделей динамики океана и атмосферы, основные уравнения которых уравнения переноса потенциальной завихренности с дополнительными членами, которые параметризуют наиболее значимые динамические эффекты планетарного пограничного слоя.

## **1 Лагранжев анализ вихрей в океане**

В этом разделе приведены результаты, признанные Ученым Советом ТОИ ДВО РАН важнейшими результатами института в 2015 и 2016 г.

### **1.1 Трехмерный лагранжев анализ вертикальной структуры глубоководных вихрей в Японской котловине Японского моря**

Поля скорости в различных слоях получены на основе квази-изопикнической численной вихреразрешающей модели циркуляции Японского моря с горизонтальным разрешением 2,5 км и 10 слоями. Для лагранжева анализа движения вод достаточно большое число искусственных частиц размещается по всей поверхности океанского бассейна и на компьютере вычисляются их траектории согласно простым уравнениям адвекции пассивных частиц

$$\frac{dx}{dt} = u(x, y, t), \quad \frac{dy}{dt} = v(x, y, t), \quad (1.1)$$

где  $(x, y)$  – географические координаты частицы, а  $u$  и  $v$  являются зональной и меридиональной компонентами угловой скорости.

Каждая частица океанской воды несет определенные физические свойства: температуру, соленость, радиоактивность и др. Лагранжев метод в изучении перемешивания и переноса в определённом бассейне заключается в наделении частиц воды лагранжевыми свойствами, такими как их зональное, меридиональное и полное смещение из своего начального положения в некоторое конечное положении и показатель Ляпунова. Для каждой из этих характеристик можно рассчитать и построить соответствующую лагранжеву карту бассейна.

Для расчета нестационарной системы течений использовалась численная квазизопикническая гидродинамическая модель циркуляции океана, основанная на системе примитивных уравнений с кинематическим граничным условием для вертикальной скорости, условиями баланса тепла и соли на поверхности океана, условием прилипания и отсутствия потоков тепла и соли на его дне. Численные эксперименты проводились с горизонтальным разрешением 2.5 км для района, показанного на Рис.1.1. Вертикальное разрешение соответствует десяти квазизопикническим слоям. Первый, верхний квазиоднородный по вертикали слой, взаимодействует с атмосферой. Последний десятый слой аппроксимирует слой глубинных вод, который в данных численных экспериментах считаются однородным по вертикали. Учитывался реалистичный рельеф дна. Внешние метеорологические условия задавались из базы данных глобального метеорологического реанализа (NCEP/NCAR Reanalysis <http://www.cdc.noaa.gov>) с суточным разрешением.

На Рис.1.1 приведены поля скорости на 23 июля в верхнем перемешанном слое и в 6 слое в районе Японской котловины Японского моря. Подробно исследовалась эволюция и вертикальная структура пары антициклонических вихрей в районе  $41,5^{\circ}$  с.ш. и  $134^{\circ}$  в.д. Видно, что летом они не проявляются в верхнем слое и отчетливо видны в промежуточном 6м слое. Эти вихри исследуются далее лагранжевым методом.

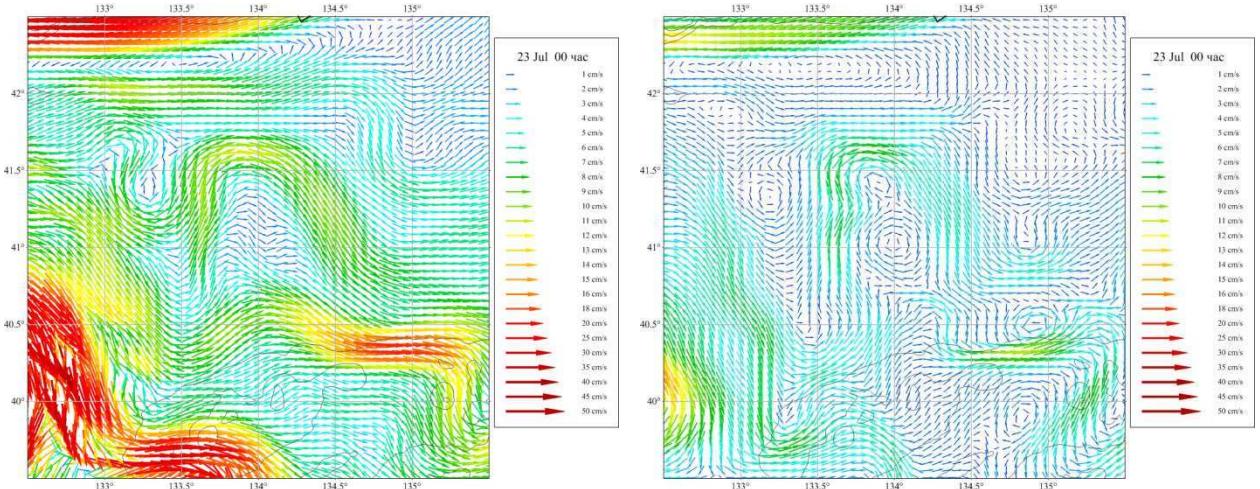


Рисунок 1.1 – Поля скорости модели МГИ на 23 июля в верхнем перемешанном слое и в 6 слое в районе Японской котловины Японского моря.

Для выявления горизонтальной структуры вихрей послойно вычислялся накопленный показатель Ляпунова с прямым и обратным ходом времени. На Рис.1.2а приведена комбинированная карта накопленного показателя Ляпунова  $\lambda$  в 9м слое модели (в нижнем слое главного пикноклина), посчитанная за 30 суток вперед и назад во времени. Накопленный показатель Ляпунова рассчитывался согласно алгоритму, изложенному ниже. Градации серого цвета на карте кодируют величину  $\lambda$ . Показатель Ляпунова описывает скорость расхождения

двух бесконечно близких траекторий системы (1)  $(x(t), y(t))$  и  $(x(t) + \delta x(t), y(t) + \delta y(t))$ . Линеаризуя систему (1), можно получить уравнения, описывающие динамику малых отклонений  $(\delta x(t), \delta y(t))$  от опорной траектории  $(x_0(t), y_0(t))$ . В силу их линейности решение может быть записано в общем виде с помощью матрицы эволюции  $G(t, t_0)$

$$\begin{pmatrix} \delta x(t) \\ \delta y(t) \end{pmatrix} = G(t, t_0) \begin{pmatrix} \delta x(t_0) \\ \delta y(t_0) \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Уравнение для которой имеет вид

$$\dot{G} = J(t)G \quad (1.3)$$

с начальными условиями  $G(t_0, t_0) = I$ , где  $I$  - единичная матрица. Уравнение (1.3) должно решаться совместно с (1.1), так как якобиан  $J(t)$  определяется траекторией системы (1.1). Для выделения из матрицы  $G$  части, ответственной за растяжение и сжатие, удобно воспользоваться её сингулярным разложением

$$G = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos u_2 & -\sin u_2 \\ \sin u_2 & \cos u_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 & 0 \\ 0 & y_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos u_1 & -\sin u_1 \\ \sin u_1 & \cos u_1 \end{pmatrix}.$$

Величина  $\lambda(t, t_0) = \frac{\ln y_1(t, t_0)}{t - t_0}$  называется показателем Ляпунова на конечное время  $t - t_0$

или накопленным показателем Ляпунова. Величины  $y_1, y_2, u_1, u_2$  выражаются через элементы матрицы  $G$  следующим образом

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{\sqrt{(a+d)^2 + (c-b)^2} + \sqrt{(a-d)^2 + (b+c)^2}}{2}, \\ y_2 &= \frac{\sqrt{(a+d)^2 + (c-b)^2} - \sqrt{(a-d)^2 + (b+c)^2}}{2}, \\ u_1 &= \frac{\operatorname{arctg} 2(c-b, a+d) - \operatorname{arctg} 2(c+b, a-d)}{2}, \\ u_2 &= \frac{\operatorname{arctg} 2(c-b, a+d) + \operatorname{arctg} 2(c+b, a-d)}{2}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где

$$\operatorname{arctg} 2(y, x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(y/x), & x \geq 0, \\ \operatorname{arctg}(y/x) + \pi, & x < 0. \end{cases}$$

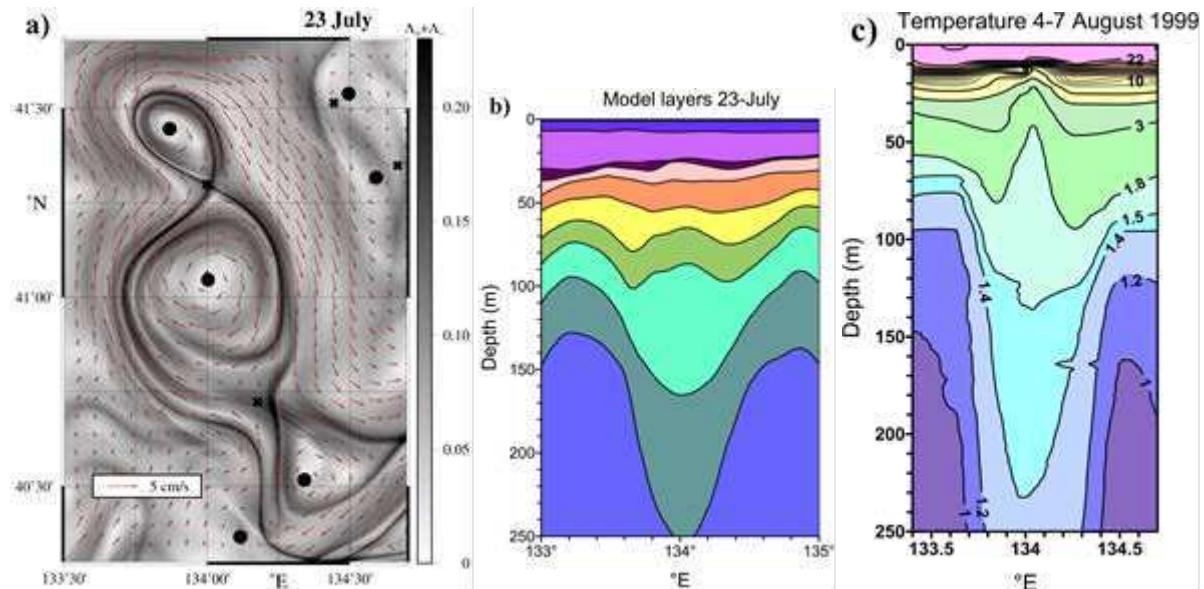


Рисунок 1.2 – а) модельные антициклонические вихри в нижнем слое главного пикноклина на комбинированной карте Ляпунова. б) зональный разрез модельных слоев. с) зональный температурный разрез типичного антициклонического вихря в том же районе, что и в модели (съемка Talley et al в августе 1999 г.)

Далее для сравнения строились зональный и меридиональный разрезы модельных слоев вихревой пары и зональный и меридиональный температурные разрезы в летний и осенний период (Рис.1.2.b). В результате проведенных расчетов оказалось, что вертикальная структура типичных топографически обусловленных антициклонических вихрей модели в этом районе эволюционирует в течение года. В теплое время года такой вихрь проявляется в глубинных слоях, но не на поверхности, тогда как осенью он достигает поверхности. Это объясняется нелинейностью вихря, характеристиками пикноклина в зависимости от сезона и особенностями топографии дна. Этот результат подтверждается также расчетом деформаций модельных слоев вдоль зональных и меридиональных разрезов и их сравнением с соответствующими температурными разрезами реального вихря в указанном регионе. Данные гидрофизических разрезов таких вихрей в море (съемка Talley et al в августе 1999 г.) и натурных измерений на зажоренных станциях хорошо согласуются с результатами численного моделирования (Рис.1.2.c).

## 1.2 Лагранжев анализ зарождения, структуры, эволюции и расщепления антициклонических курильских вихрей

Исследовались долгоживущие мезомасштабные вихри, регулярно наблюдаемые с океанической стороны Курильских островов и оказывающие существенное влияние на океанографическую обстановку и рыбный промысел. Лагранжевыми методами подробно изучался

антициклонический вихрь «Буссоль», съемка которого проводилась в 56 рейсе НИС «Профессор Гагаринский» в конце июня 2012 г. (Рис.1.3).

Решались уравнения адвекции (1.1) для большого числа синтетических трассеров, advектируемых альтиметрическим полем АВИЗО, и вычислялись лагранжевы карты накопленного показателя Ляпунова, карты смещений частиц и другие лагранжевы индикаторы.

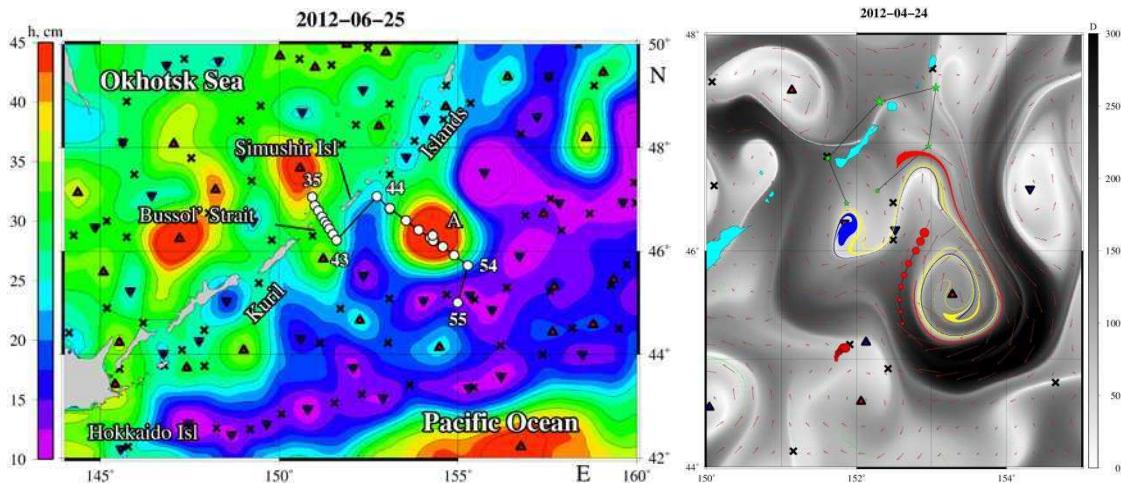


Рисунок 1.3 – (лев.) Антициклонический курильский вихрь А «Буссоль» в поле аномалий уровня моря. Показан разрез в 56 рейсе НИС «Профессор Гагаринский» в конце июня 2012 г. (прав.) Лагранжева карта смещений водных масс на 24 апреля 2012 с треками двух дрифтеров (красные кружки) показывает зарождение вихря и его взаимодействие с окружением. Треугольники и крестики – эллиптические и гиперболические особые точки в альтиметрическом поле скорости АВИЗО.

Целью работы было моделирование и изучение горизонтальной структуры курильских вихрей, документирование их формирования и расщепления, а также выявления путей обмена водой с окружением. С этой целью изучаемая область или материальная линия «засеивались» большим числом трассеров и вычислялись их траектории, интегрируя уравнения адвекции вперед и назад во времени. Лагранжева диагностика вихрей лучше подходит для идентификации вихрей и их эволюции, чем традиционные индикаторы типа завихренности и параметра Окубо-Вейса, т.к. последние являются «мгновенными» эйлеровыми снимками, а лагранжевы карты несут информацию об истории водных масс и их происхождении.

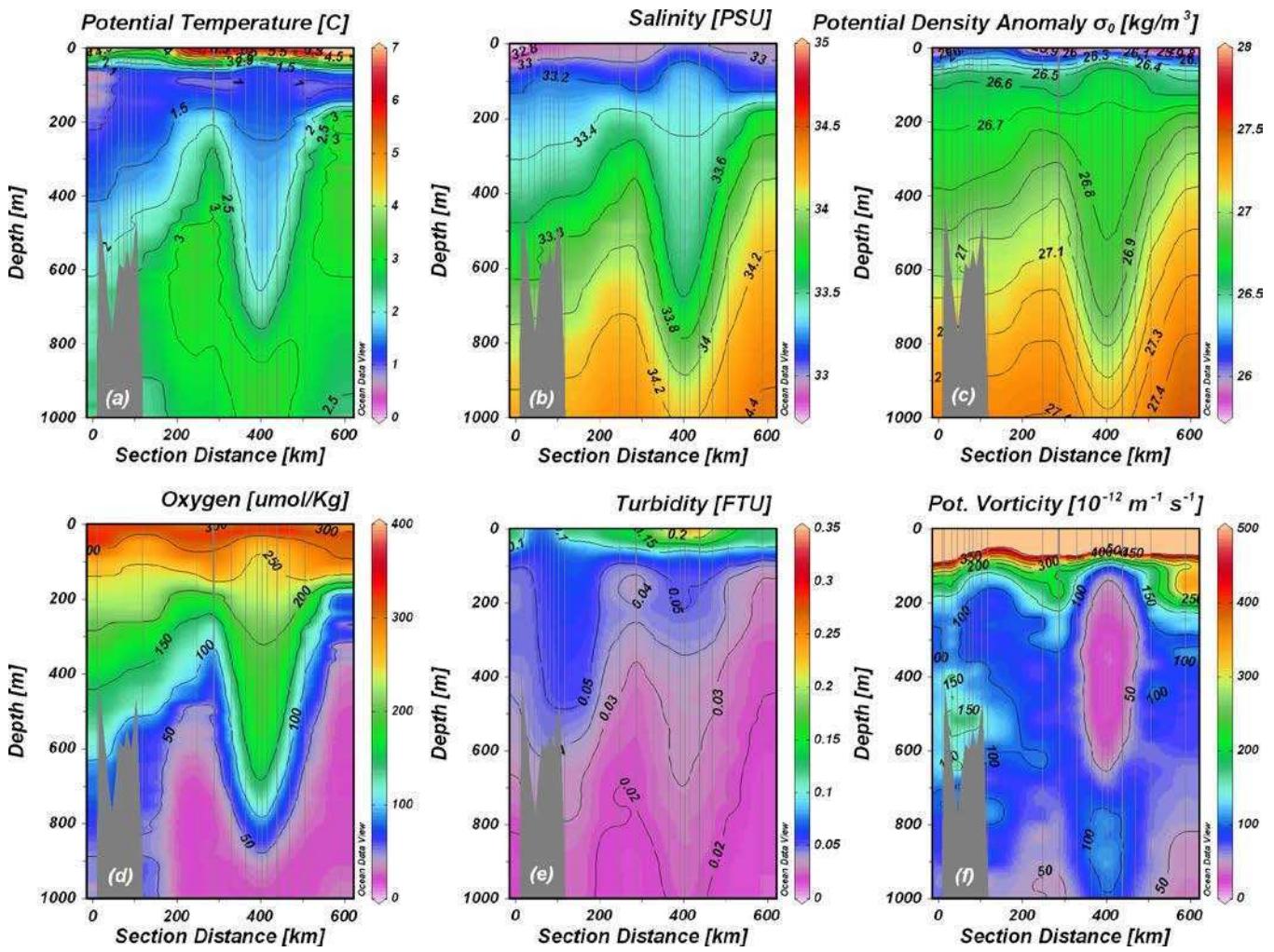


Рисунок 1.4 – Вертикальные распределения а)потенциальной температуры, б) солености, в) аномалии потенциальной плотности, г) растворенного кислорода, д) мутности и е) потенциальной завихренности вдоль разреза через центр вихря А от ст. 35 в Охотском море до станции 55 в Тихом океане в 56м рейсе НИС «Профессор Гагаринский» с 23 по 27 июня 2012 г.

В конце июня 2012 г. Была проведена съемка буссольского вихря А в 56м рейсе НИС «Профессор Гагаринский», когда он находился к востоку от о-ва Симушир с центром

46.3 сш, 154.3 вд и имел размер 140 x 35 км (Рис.1.4). Этот вихрь возник в результате расщепления другого курильского антициклона в апреле 2012 г. CTD съемка показала наличие хорошо перемешанного слоя относительно холодной и менее соленой воды в центре вихря А между 100 и 700 м. По-видимому, остатка вихря В. Ядро вихря с очень низкой потенциальной завихренностью сформировалось задолго до съемки. Лагранжево моделирование позволило проследить происхождение вод в верхнем слое 50-100 м. Ядро вихря А было сформировано частично водами вихря В, которые в свою очередь поступили из Охотского моря через Курильские проливы. Периферия вихря А была сформирована водами Восточно-Камчатского течения, порциями «наматывавшимися» на ядро вихря. Так образовалась его спиральная

структурой. Моделирование показало, что вихрь А не содержал поступивших с юга вод, что подтвердило фоновый уровень радиоактивности в этом вихре, измеренный в рейсе по концентрации изотопов цезия.

Таким образом, нами была разработана лагранжева методика идентификации вихрей в альтиметрическом поле скорости и их взаимодействия с окружением. Что касается точности моделирования, то разница между вычисленной эллиптической точкой центра вихря А и центром вихря по результатам съемки составила порядка 7 км. С помощью лагранжевых индикаторов и их карт исследованы происхождение, структура, эволюция, обмен водой и распад вихря «Буссоль». Результаты моделирования подтверждаются СТД данными съемки вихря и буев Арго, а также треками поверхностных дрифтеров. Впервые с помощью треков дрифтеров показано существование особых гиперболических точек в реальном океане, к которым вода приближается по одним направлениям и удаляется по другим.

## **2 Моделирование циркуляции вод дальневосточных морей в условиях изменяющегося климата.**

### **2.1 Климатическая изменчивость циркуляции Японского моря, обусловленная изменчивостью атмосферного воздействия с 1948 по 2009 гг.**

Расчет циркуляции Японского моря с 1948 по 2009 гг проводился с помощью численной модели океана INMOM. В основе этой модели лежит система примитивных уравнений гидротермодинамики океана, сформулированная в сигма-системе координат. Одним из преимуществ INMOM над другими моделями своего класса является возможность проводить расчеты на продолжительных интервалах времени. Указанные особенности модели позволяют исследовать отклик циркуляции вод, как Мирового океана, так и его отдельных акваторий, на атмосферное воздействие на масштабах более 30 лет.

Было использовано вихре-допускающее пространственное разрешение  $1/12^\circ$  по долготе и широте, которое позволило явно учесть мезомасштабную динамику. По вертикали задавались 30 – сигма уровней со сгущением у поверхности моря, что позволило разрешить вертикальную стратификацию плотности в приповерхностном слое моря. Топография дна была получена из данныхETOPO2, сглаженная в соответствии с пространственным разрешением модели. Параметры атмосферного воздействия предписывались из данных эксперимента CORE фаза II, охватывающие период с 1948 по 2009 гг. Для учета тепло- и солевого обмена в районах Корейского, Сангарского, Татарского проливов, а также в проливе Лаперуза для потенциальной температуры и солености использовались условия релаксации к климатическим значениям с характерным временным масштабом около 5-суток.

На Рис.2.1а представлено модельное климатическое поле скорости на промежуточном горизонте 500 м в северной части Японского моря, полученное в результате усреднения его реализации на интервале с 1948 по 2009 гг.

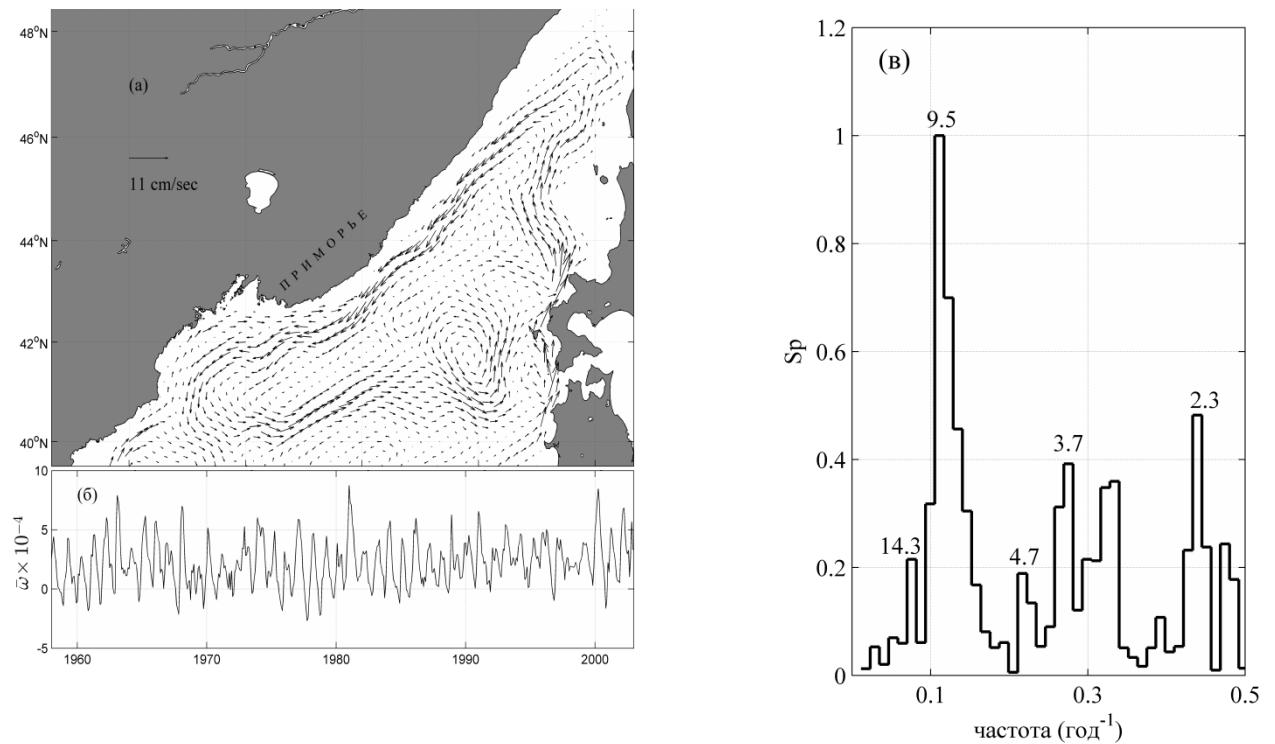


Рисунок 2.1 – Климатическое (среднее за период с 1948 по 2009 гг.) поле скорости течений на промежуточном горизонте (500 м) в северной части Японского моря, полученное в результате ретроспективного численного моделирования. (б) Реализация среднемесячной вертикальной составляющей вектора относительной завихренности, осредненной по Центральной котловине Японского моря (СОЗ). (в) Спектральная плотность (7 степеней свободы) среднемесячных аномалий СОЗ.

Как следует из рисунка, циркуляция в этой части моря представлена крупномасштабным циклоническим круговоротом. Его пространственная структура неоднородна. В ней проявляются несколько циклонических вихревых образований меньшего масштаба. С глубиной интенсивность динамики вод ослабевает, а также претерпевает изменение ее крупномасштабная структура.

Для анализа временной изменчивости циркуляции использовалась вертикальная составляющая вектора относительной завихренности, осредненная над Центральной котловиной Японского моря. На Рис.2.1б представлена ее среднемесячные вариации. Согласно полученным данным, циркуляция в течение расчетного периода находилась в двух режимах. Начало первого режима приходится на конец шестидесятых годов прошлого столетия. Он характеризуется сильной неустойчивостью, которая проявляется в наличии смены знака аномалий с 1973-1975 гг.,

а также с 1980-1982 гг. Второй режим характеризуется преобладанием фаз положительных аномалий средней относительной завихренности. Его начало приходится на начало девяностых годов. В отличие от первого, второй режим, связанный с фазами положительных аномалий средней относительной завихренности, более устойчив и достигает максимальных значений в 2000-х годах.

Рассмотрим, особенности изменчивость циркуляции воспользовавшись спектрами средней относительной завихренности на различных горизонтах. На Рис.2.1в представлена спектральная плотность средней относительной завихренности на горизонте 500 метров. Согласно рисунку основная энергонесущая частота этой изменчивости сосредоточена в декадном диапазоне ( $1/8$ - $1/11$ ) год $^{-1}$  с максимумом на частоте  $\sim 1/9.5$  год $^{-1}$ . Кроме этого, на частоте  $\sim 1/14.3$  год $^{-1}$  располагается ещё один слабо обусловленный максимум небольшой высоты. В спектре присутствуют также максимумы небольшой высоты в диапазоне межгодовой изменчивости:  $\sim 1/2.3$ ,  $\sim 1/3.7$  и  $\sim 1/4.7$  год $^{-1}$ , но их вклад в суммарную изменчивость значительно уступает вкладу от фурье-гармоник из декадного диапазона частот.

Анализ спектров изменчивости средней относительной завихренности показал, что с ростом глубины спектральный состав не изменяется, однако наблюдается заметное уменьшение высоты пика на частоте  $\sim 1/9.5$  год $^{-1}$ . В тоже время, высоты пиков на частотах из интервала межгодовой изменчивости почти не изменяются. Согласно анализу высота максимума на частоте  $\sim 1/3.7$  год $^{-1}$  с глубиной уменьшилась не более чем на 10% на горизонте 1500 метров по сравнению с горизонтом 500 метров. С другой стороны, высота максимума на частоте  $\sim 1/9.5$  год $^{-1}$  на горизонте 1500 метров составила около 50% от его высоты на горизонте 500 метров. Причина такого перераспределения энергии в спектре изменчивости средней относительной завихренности, обусловлена ослаблением вклада бароклинной составляющей в изменчивость циркуляции, а её присутствие на промежуточных горизонтах и глубже позволяет высказать предположение о влиянии на этот процесс глубокой зимней конвекции, проникающей в этих районах моря до глубин  $\sim 1000$  м. Выявленная декадная и квазичетырёхлетняя изменчивость циркуляции, которые находят свое отражение в изменчивости температуры, проявляют себя по-разному как на промежуточных горизонтах, так и в глубоководных слоях Центральной котловины Японского моря.

## **2.2 Мезомасштабная изменчивость на восточном шельфе о.Сахалин в условиях наличия морского льда**

Используя модельную конфигурацию, основанную на численной модели циркуляции INMOM с вихре-допускающим пространственным разрешением ( $\sim 3.5$  км), из года в год меняющимся атмосферным воздействием (реанализ ERA-Interim), с учетом наличия ледяного

покрова проведено численное моделирование бесприливной циркуляции вод ОМ с 1979 по 2009 гг.

Верификация модельных расчетов показала, что:

- в климатической циркуляции вод у восточного побережья о. Сахалин преобладает струйное северное течение, являющееся аналогом вдольбереговой ветви Восточно-Сахалинского течения;
- сезонная изменчивость этого модельного течения не противоречит результатам, полученным по данным натурных наблюдений (см. Рис.2.2).

Таким образом, модельная циркуляция Охотского моря отражает основные черты пространственно-временной изменчивости Восточно-Сахалинского течения (в том числе и для отдельных лет) и позволяет использовать ее для анализа поля скорости течений на восточном шельфе о. Сахалин в условиях наличия ледяного покрова.

Как показал анализ климатической циркуляции вод Охотского моря на приповерхностных горизонтах, в период ослабления Восточно-Сахалинского течения (с января по июнь) на восточном шельфе о. Сахалин поле скорости течений имеет значительную пространственную неоднородность, которая связана с вихревыми образованиями. В отдельные годы эти образования регистрируются в виде мезомасштабных антициклонических вихрей.

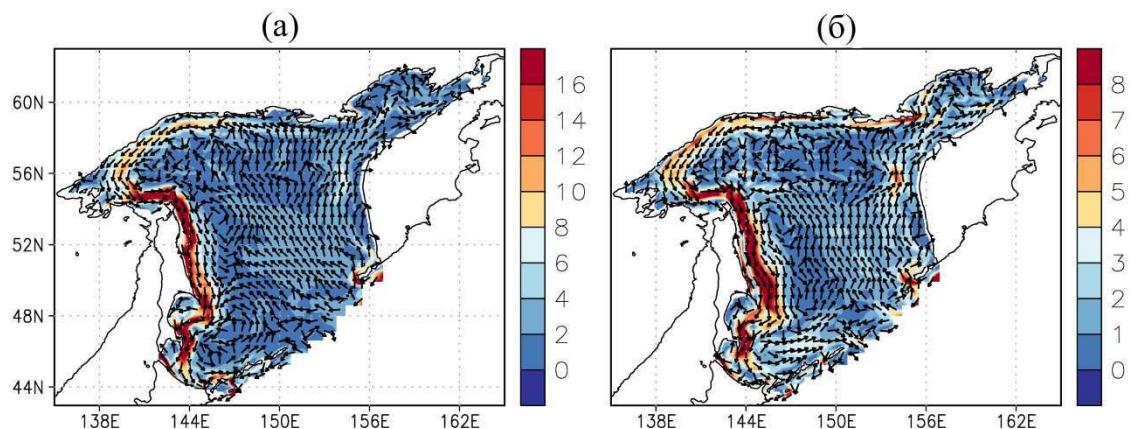


Рисунок 2.2 – Климатическое поле скорости течений в бассейне Охотского моря на горизонте 30 м  
(а) для января и (б) апреля. Цветом выделен модуль скорости течений.

В качестве характерного примера такого года, был рассмотрен 2005 год. Анализ циркуляции вод с января по март этого года показал, что на восточном шельфе о. Сахалин:

- среднемесячная меридиональная составляющая скорости течений неоднородна по глубине;

- вертикальная структура среднемесячных изолиний потенциальной плотности демонстрирует их выклинивание к поверхности, т.е. наблюдается отклонение изопикн от изолиний постоянного давления.

Было показано, что с января по март 2005 года изменение с глубиной среднемесячной меридиональной составляющей скорости балансируется зональным градиентом среднемесячной потенциальной плотности. Таким образом, роль бароклинности в динамике шельфовых вод о. Сахалин в зимне-весенний период 2005 года является определяющей.

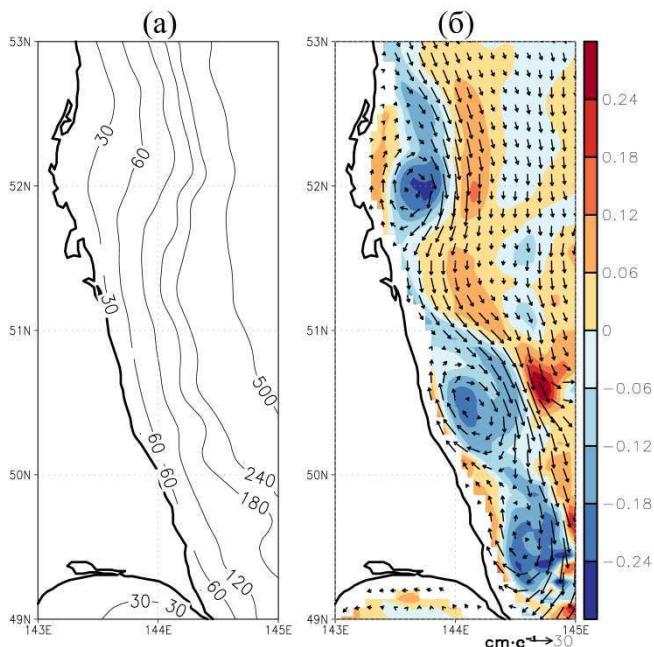


Рисунок 2.3 – (а) Модельная топография дна на восточном шельфе о. Сахалин. (б) Расчетное поле скорости течений осредненное с 06 по 09 апреля 2005 года. Масштаб скорости 1 см/с. Цветом выделена вертикальная составляющая вектора относительной завихренности.

Подробный анализ поля скорости течений (суточного разрешения) на восточном шельфе о. Сахалин в апреле 2005 года выявил формирование мезомасштабных антициклических вихревых структур (антициклических вихрей) (см. Рис.2.3б). Было установлено, что:

- «время жизни» ( $T_{eddy}$ ) этих вихрей составило около 45 суток;
- горизонтальный масштаб ( $L_{eddy}$ ) вихрей составил от 26 до 34 км;
- вихревым движением охвачен приповерхностный слой от 40 до 80 метров;
- абсолютная величина меридиональной скорости ( $U_{eddy}$ ) на периферии антициклических вихрей находилась в пределах от 26 до 42 см/с.

Таким образом, выявленные мезомасштабные антициклические вихри бароклинной природы могут оказывать значительное влияние, как на горизонтальный, так и конвективный водообмен между шельфом и открытым морем на восточном шельфе о. Сахалин в зимне-весенний период.

### **3 Разработка экспериментальных, и теоретических методов исследования сильно нелинейных внутренних волн в прибрежной зоне приливного моря: внутренние волновые боры предельной интенсивности в прибрежной зоне Японского моря.**

Пакеты нелинейных внутренних волн, или внутренние волновые боры регулярно наблюдаются в прибрежной зоне океанов, в виде вертикальных смещений пикноклина прибрежных вод. Гидродинамическая интерпретация этого явления, в основу которой положено уравнение КдВ, опубликована в большом числе работ. Значительно реже регистрируются пакеты сильно нелинейных внутренних волн со значительной крутизной и амплитудой. Гидродинамическая интерпретация таких волновых пакетов требует использования расширенного уравнения КдВ. Число работ, посвящённых натурным исследованиям таких волновых боров, из-за трудностей связанных с организацией и проведением натурных наблюдений, а также гидродинамическим моделям этого явления крайне мало. Проделанная работа частично устраняет этот пробел.

Пакеты нелинейных внутренних волн в прибрежной зоне океана могут служить отличным примером слабо-дисперсионных ударных волн или волновых боров. Математическая теория таких пакетов волн в различных дисперсионных средах интенсивно развивается в последние годы. В работе выполнено её обобщение на случай внутренних волн в прибрежной зоне океана.

Значительные вертикальные смещения пикноклина, сравнимые с высотой его залегания, а также его специфическое расположение примерно на равном удалении от поверхности и от дна требует для анализа подобных вертикальных смещений использование расширенного за счёт учёта кубической нелинейности уравнения КдВ

$$h_t + (c_0 + \alpha h + \alpha_1 h^2) h_x + \beta h_{xxx} = 0, \quad (3.1)$$

где  $h(x, t)$  - вертикальные смещения пикноклина относительно невозмущённого уровня;  $x, t$  – горизонтальная координата и время,  $c_0$  - скорость,  $\alpha, \alpha_1, \beta$  - коэффициенты квадратичной, кубичной нелинейности и дисперсии, соответственно.

На Рис.3.1 показана каноническая форма внутреннего волнового бора, образовавшегося в результате распада скачка возвышения пикноклина единичной амплитуды в слоистом мелком море со значениями  $c_0, \alpha, \alpha_1, \beta$ , соответственно:  $0.38 m c^{-1}, 2.1 \cdot 10^{-2} c^{-1}, 1.4 \cdot 10^{-3} m^{-1} c^{-1}, 36.75 m^3 c^{-1}$ , рассчитанные по данным натурного эксперимента.

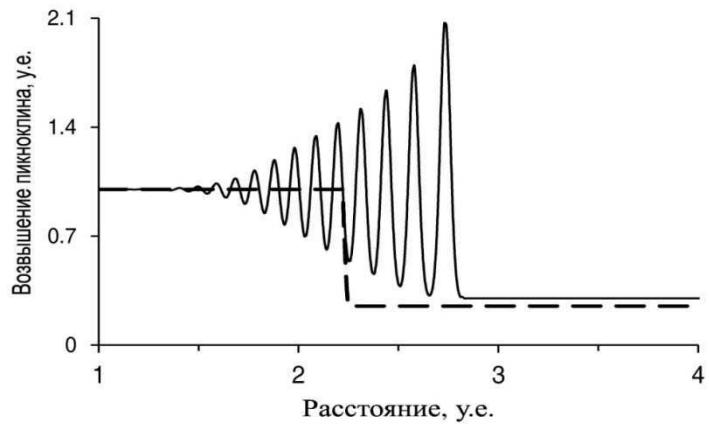


Рисунок 3.1 – Пространственная структура внутреннего волнового бора, рассчитанная с использованием расширенного уравнения КdФ. (Простейшая схема формирования внутреннего волнового бора). Оси в условных единицах: ось абсцисс – расстояние, ось ординат - возвышение пикноклина.

Анализ этой формы показал, что в результате распада скачка единичной амплитуды образуется внутренний волновой бор, передний фронт которого представляет солитонное решение уравнения рКdВ.

#### **4 Конвективные структуры в гидродинамических системах**

В этом разделе приведены результаты, признанные Ученым Советом ТОИ ДВО РАН важнейшими результатами института в 2015 г., а также результаты 2016 г.

##### **4.1 Моделирование структур многокомпонентной конвекции**

В рамках исследования изучалась модель трехмерной слабо надкритической двухкомпонентной конвекции в случае больших чисел Рэлея в окрестности точек бифуркации Хопфа (что актуально для океанологических приложений), взаимодействующей с полем горизонтальной завихренности в бесконечном по горизонтали слое жидкости. Также может учитываться медленное вращение системы как целого вокруг вертикальной оси. Модель основана на семействе амплитудных уравнений CGLE типа, выведенных методом многомасштабных разложений для конвективных ячеек, форма которых определяется конечной суперпозицией валиковых мод.

Исходными для модели являются стандартные уравнения гидродинамики жидкой смеси. Они обезразмериваются с использованием приближения Буссинеска, так что вся динамика конвекции определяется четырьмя безразмерными параметрами: числом Прандтля, числом Льюиса, температурным и соленостным числами Рэлея. Конвекция рассматривается в малой

окрестности точек бифуркации Хопфа, так что числа Рэлея оказываются слегка больше критических величин для начала конвекции. Так вводится малый параметр, который является определяющим для вывода амплитудных уравнений методом многомасштабных разложений. В рамках этого метода вводятся медленные временные и пространственные переменные, и предполагается, что зависимые переменные теперь зависят и от этих медленных переменных. Также вводятся продолженные производные. Решения для зависимых переменных ищутся в форме асимптотических рядов по степеням малого параметра. После их подстановки в исходные уравнения собираются члены с одинаковыми степенями малого параметра, и в итоге получаются системы для определения членов рядов. Условием совместности этих систем являются искомые амплитудные уравнения.

При первой степени малого параметра получается линейная система с решением в виде суперпозиции нормальных валиковых мод. Условие разрешимости системы уравнений при третьей степени малого параметра приводит к семейству амплитудных уравнений:

$$\begin{cases} \partial_{T_2} A_j = rA_j + \frac{\alpha_1}{k^2} (k_{aj}\partial_x + k_{bj}\partial_y)^2 A_j - \alpha_0 \Delta_\perp A_j + ik\alpha_3 \mathcal{G}_j(\Psi) A_j + J(\Psi, A_j) + N_j(A), \\ (\partial_{T_2} - \sigma \Delta_\perp) \Delta_\perp \Psi = J(\Psi, \Delta_\perp \Psi) - \frac{\pi^2}{k^2} \sum_{j=1}^n |\mathcal{G}_j|^2. \\ \mathcal{G}_j(f) = [(k_{aj}^2 - k_{bj}^2) f_{XY} + k_{aj} k_{bj} (f_{YY} - f_{XX})]/k^2, \quad J(\Psi, f) = (\Psi_x f_Y - \Psi_Y f_X). \end{cases} \quad (4.1)$$

Здесь  $A_j$  и  $\mathbf{k}$  - амплитуды и волновые вектора отдельных валиковых мод,  $\Psi$  - функция тока,  $\Delta_\perp$  - Лапласиан по медленным переменным,  $J(f, g)$  - Якобиан,  $\alpha_i$  - комплексные коэффициенты, индекс  $j=1\dots n$  обозначает номер моды.

Функции  $N_j(A)$  определены следующей комбинацией кубических нелинейных членов:

$$N_j(A) = \alpha_2 A_j \sum_{q=1}^n |A_q|^2 + \sum_{m=1}^n \sum_{q=1}^n \sum_{p=q+1}^n \left[ D(\mathbf{k}_q + \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_m - \mathbf{k}_j) \alpha_{jmqp}^{(1)} A_m^* A_q A_p + D(\mathbf{k}_q - \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_m + \mathbf{k}_j) \alpha_{jmqp}^{(2)} A_m A_q^* A_p + D(\mathbf{k}_q - \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_m - \mathbf{k}_j) \alpha_{jmqp}^{(3)} A_m A_q A_p^* \right]. \quad (4.2)$$

Функция  $D(x)$  определена как  $D(0) = 1$  и  $D(x) = 0$  при  $x \neq 0$ .

Это семейство амплитудных систем уравнений зависит от  $n$  волновых векторов, определяющих форму конвективных ячеек. В случае учета вращения системы как целого в уравнения (4.1) могут добавляться вынуждающие члены, зависящие от расстояния до оси вращения. В расширенных вариантах модели также в выражении (4.2), помимо кубических членов, могут входить нелинейные члены более высоких порядков, например, пятого.

Для моделирования полученных уравнений разработаны численные схемы на основе современных ETD (exponential time differencing) псевдоспектральных методов. В рамках исследования написана серия программ на языках MATLAB и C++ для моделирования различных

частных случаев трехмерой мультикомпонентной конвекции, таких как конвективные валики (одномодовая конвекция), тетрагональные (двухмодовая конвекция) и гексагональные (трехмодовая конвекция) конвективные структуры.

Численное моделирование одномодовых уравнений показывает, что в системе развивается состояние диффузионного хаоса с характерными динамическими структурами, такими как продолговатые облака, пятна или волокна, в зависимости от исходных параметров. При этом за время порядка  $T=15-50$  развивается состояние диффузионного хаоса, когда первоначальное симметричное состояние разрушается и конвекция становится хаотичной как по пространству, так и по времени.

В случае гексагональных ячеек показало, что конвекция принимает форму гексагональных конвективных структур, медленно эволюционирующих со временем. Вращение системы может препятствовать распространению конвекции на всю доступную область так, что конвективные структуры остаются локализованными в окрестности оси вращения.

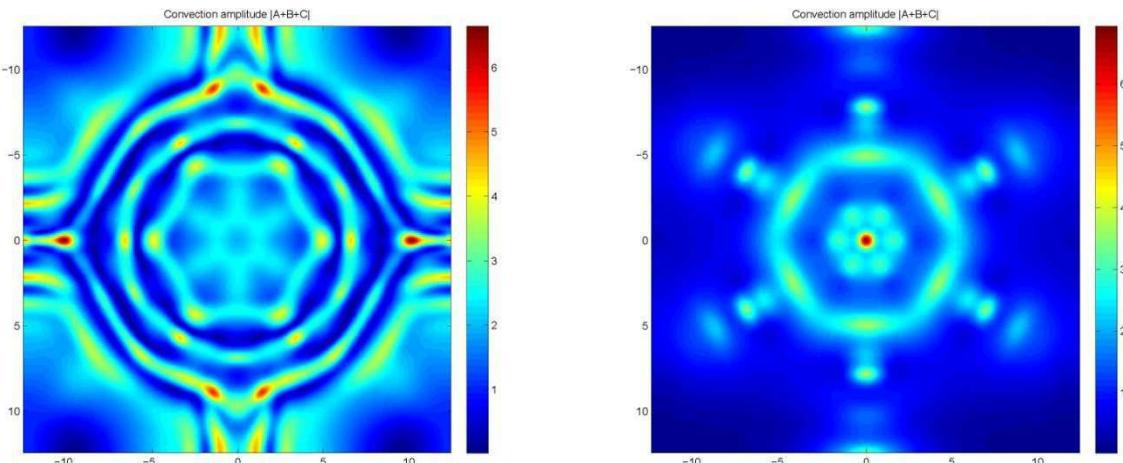


Рисунок 4.1 – Численное решение для трех конвективных мод в области  $25 \times 25$ , время  $T=7.5$ , частота Хопфа  $\omega=20000$ . Начальное условие:  $A=B=C=2\exp(-2(X^2+Y^2))$  На рисунке – модуль суммы амплитуд конвективных мод  $|A+B+C|$  без учета вращения (слева) и с учетом вращения (справа).

## 4.2 Пограничные слои и критические параметры в системе с термохалинной конвекцией при больших числах Рэлея

Рассмотрена двумерная термохалинная конвекция в бесконечном по горизонтали слое воды при больших числах Рэлея. Исходные уравнения гидродинамики жидкой смеси в этом приближении преобразуются к сингулярно-возмущенной форме. Для решения типа нормальной моды сформулирована задача на собственные значения с граничными условиями общего вида на нижней и верхней границах области. Методом многомасштабных разложений для этой задачи получены решения типа пограничного слоя. Также получены асимптотические оценки

параметров, при которых нормальная мода теряет устойчивость. Оказалось, что критические числа Рэлея в пределе не зависят от фактической формы условий на границах области, а пограничные слои имеют характерную толщину порядка нескольких сантиметров в случае термохалинной конвекции.

Полученные результаты могут быть полезны при анализе таких океанографических систем, как термохалинные лестницы, либо при конструировании других моделей геофизической гидродинамики. Дело в том, что во многих распространенных моделях многокомпонентной конвекции для простоты используются свободные граничные условия для горизонтальных компонент скорости и условия Дирихле для диффундирующих компонент. При этом компоненты скорости вдоль границ оказываются неопределенными, но зато спектральная задача имеет очень простое решение в виде синусоидальных собственных функций, а инкремент (собственные числа) нормальной моды получаются из алгебраического уравнения третьего порядка в виде явных формул, что существенно облегчает последующий анализ и построение моделей.

Актуальным вопросом при этом остается вопрос о том, что будет с нормальной модой, если мы будем использовать не такие искусственные граничные условия, а реалистичные условия более общего вида? Например, если мы введем на границах теплообмен по закону Ньютона. Как при этом изменятся критические числа Рэлея и вид собственных функций?

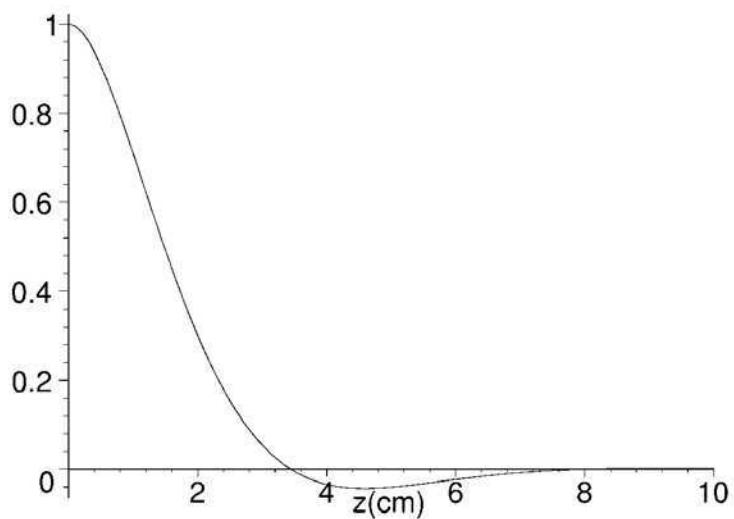


Рисунок 4.2 – Термохалинnyй пограничный слой на одной из границ области для вариаций температуры (безразмерные величины). Общая глубина жидкого слоя составляет 4 метра.

Проведенное исследование говорит в пользу того, что на эти вопросы можно ответить в пределе больших чисел Рэлея. Для граничных условий достаточно общего вида в этом пределе критические величины параметров не зависят от самих граничных условий. Выражение для инкремента нормальной моды оказывается универсальным. Собственные функции имеют вид все

тех же синусоид, на которые накладываются решения в виде двух пограничных слоев вблизи границ области, выражения для которых получаются в виде явных формул. Поэтому можно заключить, что использование граничных условий специального вида, обеспечивающих простое решение спектральной задачи, оправдано в пределе больших чисел Рэлея и качественно не влияет на описание основных физических процессов в исследуемых системах.

## 5 Модели вихревых движений в океане

В этом разделе приведены результаты, описывающие нетривиальные эффекты взаимодействия вихревых структур с деформационными фоновыми потоками, а также эффекты хаотического транспорта и перемешивания в индуцированных полях скорости.

### 5.1 Индуцированные вихревыми структурами в жидкости, взаимодействующими с деформационным потоком, эффекты хаотической адвекции

Рассмотрен океан с постоянной частотой Вязяля-Брента. В квазигеострофическом приближении изучена эволюция эллипсоидального вихревого образования в неоднородном потоке. Показано, что в зависимости от характеристик течения и параметров ядра (форма и ориентация относительно потока) вихрь может вращаться (при колебаниях эксцентриситета), колебаться относительно одного из двух выделенных направлений (при колебаниях эксцентриситета) и бесконечно вытягиваться по горизонтали. В индуцированном поле скоростей, при локализованных режимах, могут возникать зоны захвата жидкости. Основной результат состоит в том, что хаотические режимы движения жидких частиц в индуцированном поле скоростей возможны при стационарном внешнем потоке.

Рассмотрен механизм разрушения барьера для хаотического транспорта, возникающего на резких градиентах завихренности, а именно, учет турбулентной диффузии. Уравнение адвекции диффузии

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) q(\mathbf{r}, t) = \kappa \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} q(\mathbf{r}, t), \quad q(\mathbf{r}, 0) = q_0(\mathbf{r}),$$

Решалось методом Монте-Карло. Для этого методом характеристик решалось уравнение первого порядка

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right) \tilde{q}(\mathbf{r}, t) = -\boldsymbol{\delta}(t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \tilde{q}(\mathbf{r}, t), \quad \tilde{q}(\mathbf{r}, 0) = q_0(\mathbf{r}),$$

где  $\boldsymbol{\delta}(t)$  - дельта-коррелированный гауссов векторный случайный процесс, не зависящий от  $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ , с параметрами

$$\langle \boldsymbol{\delta}(t) \rangle = \mathbf{0}, \quad \langle \alpha_i(t) \alpha_j(t') \rangle = 2\kappa \delta_{ij} \delta(t - t'), \quad i, j = 1, 2.$$

Было показано, что усреднение решения вспомогательного уравнения по ансамблю реализаций случайного процесса дает решение исходного уравнения. В результате моделирования, показано, что совместное действие турбулентной диффузии и хаотической адвекции приводит к ускорению распада ядра вихря. Примеры разрушения ядра вихря приведены на Рис.5.1.

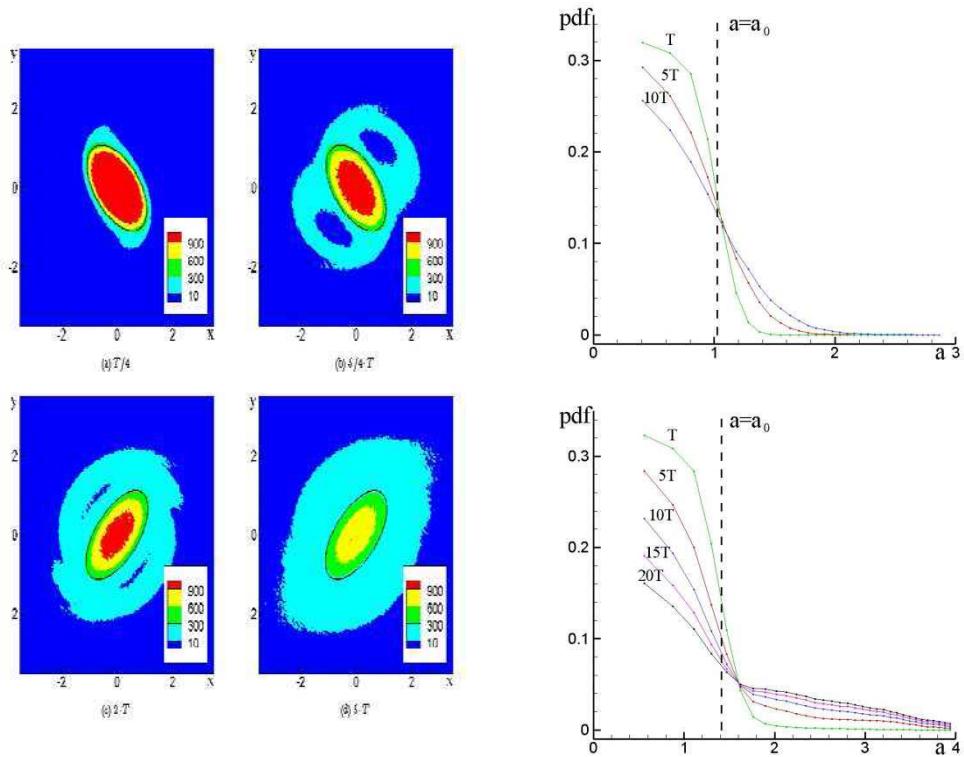


Рисунок 5.1 – Концентрация маркеров в указанные моменты времени при  $k=10^{-2}$ , случай вращения ядра. Количество маркеров в эллипсах, в зависимости от длины главных полуосей и числа оборотов ядра. Стационарный случай вверху, случай вращения ядра внизу.

Выявлены режимы параметрического резонанса при взаимодействии нестационарного деформационного потока (содержащего сдвиговую и вращательную компоненты) с вихревой парой. Обнаружено движение вихревого диполя по спирали, обусловленное параметрическим резонансом. Такой механизм движения ранее не был известен и позволяет объяснить меньшую скорость переноса тепла вихревыми структурами в океанических круговоротах, по сравнению с механизмом разлета вихрей Хогга и Стоммела. Показано, что пассивная примесь в вихревой атмосфере подвержена хаотической адвекции в силу нестационарности индуцированного поля скоростей. Примеры траекторий системы вихрей и хаотического перемешивания приведены на Рис.5.2.

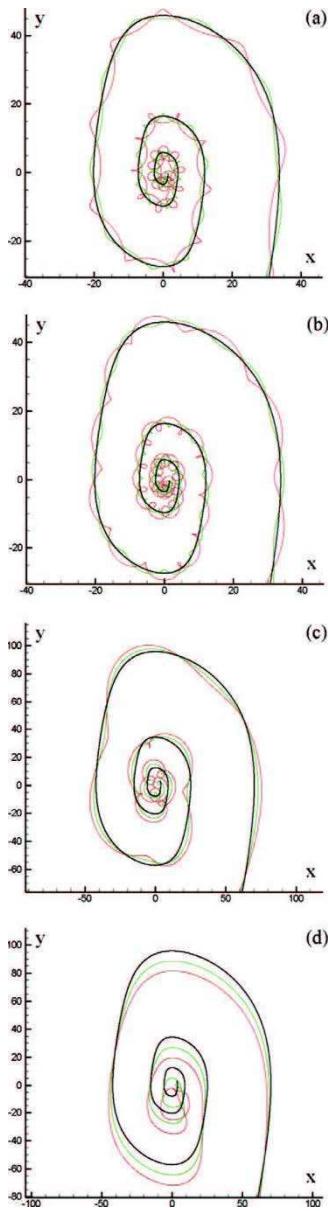


Рисунок 5.2 – а) Пример неограниченного движения вихревой пары. Чёрная кривая показывает движение центра завихренности, а цветные показывают траектории вихрей. Частота вращения потока  $\Omega_0 = -0.02$ , сдвиг  $S_0 = -0.01$ . Интенсивности вихрей: (а)  $\mu_1 = 1, \mu_2 = 2$ , (б)  $\mu_1 = -1, \mu_2 = -2$ , (с)  $\mu_1 = 1, \mu_2 = -2$ , (д)  $\mu_1 = -1, \mu_2 = 2$ .

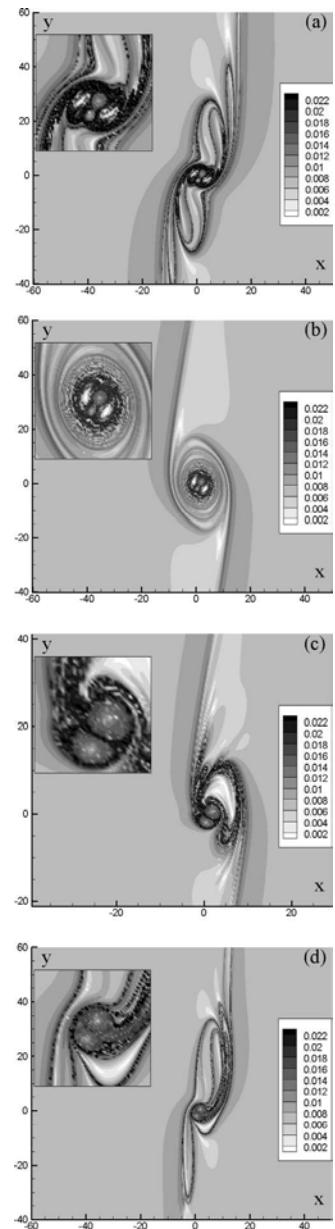


Рисунок 5.2 – б) Поле накопленных ляпуновских показателей в индуцированном поле скоростей, соответствующем Рис.5.2.а. Серая шкала показывает степень нерегулярности движения примеси от более регулярных светлых областей до более хаотических черных. Вставки показывают ближайшую окрестность вихревой пары.

## 5.2 Параметрическая неустойчивость движения двух вихрей, взаимодействующих с переменным фоновым потоком в окрестности положения равновесия

Движение системы двух вихрей в двухслойной модели океана описывается следующей системой уравнений, в рамках квазигеострофического приближения,

$$\begin{aligned}\frac{dx_i}{dt} &= -\frac{\partial \psi}{\partial y} \Bigg|_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} = 2y_i(S-\Omega) + \mu_{3-i} \frac{y_{3-i} - y_i}{r^2}, \\ \frac{dy_i}{dt} &= \frac{\partial \psi}{\partial x} \Bigg|_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} = 2x_i(S+\Omega) - \mu_{3-i} \frac{x_{3-i} - x_i}{r^2}\end{aligned}\quad (5.2.1)$$

где  $r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$  - расстояние между вихрями.

Как было показано ранее, система может быть редуцирована к случаю, когда центр деформации фонового потока совпадает с центром завихренности системы вихрей, что приводит к следующим законам сохранения  $\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 = 0$ ,  $\mu_1 y_1 + \mu_2 y_2 = 0$ . И движение вихрей описывается системой из двух уравнений

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= 2y_1(S-\Omega) - \frac{\mu_2 y_1}{r^2}, \\ \frac{dy_1}{dt} &= 2x_1(S+\Omega) + \frac{\mu_2 x_1}{r^2},\end{aligned}\quad (5.2.2)$$

где  $r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ .

В стационарном случае ( $S = S_0 = \text{const}$ ,  $\Omega = \Omega_0 = \text{const}$ ) положения равновесия определяются системой уравнений

$$\begin{aligned}2y_1^0(S_0 - \Omega_0) - \frac{\mu_2 y_1^0}{(r^0)^2} &= 0, \quad x_1^0 = 0; \\ 2x_1^0(S_0 + \Omega_0) + \frac{\mu_2 x_1^0}{(r^0)^2} &= 0, \quad y_1^0 = 0.\end{aligned}\quad (5.2.3)$$

Мы рассмотрим случай, когда система имеет два устойчивых положения равновесия.

В случае нестационарного фонового потока вида  $S(t) = S_0(1 + \varepsilon \sin \nu t)$ ,  $\Omega(t) = \Omega_0(1 + \varepsilon \sin \nu t)$  система (5.2.2) имеет полторы степени свободы, т.е. допускает хаотические движения. Кроме того, устойчивые положения равновесия могут потерять устойчивость. Мы линеаризуем систему (5.2.2) в окрестности эллиптических точек

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2y_1^0(S_0 - \Omega_0)\varepsilon \sin \nu t + 2 \left( (S_0 - \Omega_0)\varepsilon \sin \nu t + \frac{\mu_2}{(y_1^0)^2} \right) y, \\ \frac{dy}{dt} &= 2x_1^0(2S_0 + (S_0 + \Omega_0)\varepsilon \sin \nu t),\end{aligned}\quad (5.2.4)$$

где  $x, y$  отклонения от положений равновесия. Для исследования устойчивости достаточно рассмотреть однородную систему

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2y(2|S_0 - \Omega_0| + (S_0 - \Omega_0)\varepsilon \sin \nu t), \\ \frac{dy}{dt} &= 2x(2S_0 + (S_0 + \Omega_0)\varepsilon \sin \nu t).\end{aligned}\quad (5.2.5)$$

В рамках теории Флоке были получены зоны устойчивости и неустойчивости линеаризованной системы, представленные на Рис.5.3

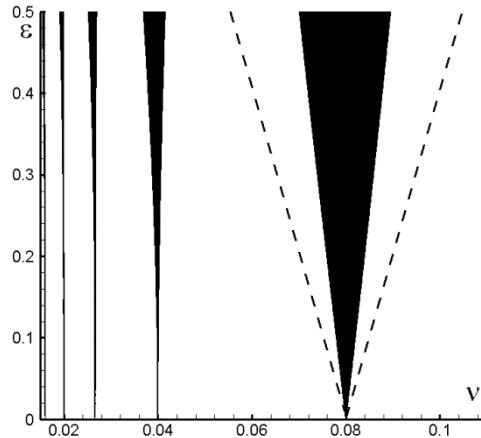


Рисунок 5.3 – Области параметрической неустойчивости для  $S_0 = -0.01$ ,  $\Omega_0 = -0.02$ . Темные области показывает наборы параметров возмущения соответствующие параметрической неустойчивости. Штриховые линии показывают аналитическую оценку первой зоны параметрического резонанса.

На Рис.5.4 приведены примеры локализованных и не локализованных траекторий системы (5.2.5).

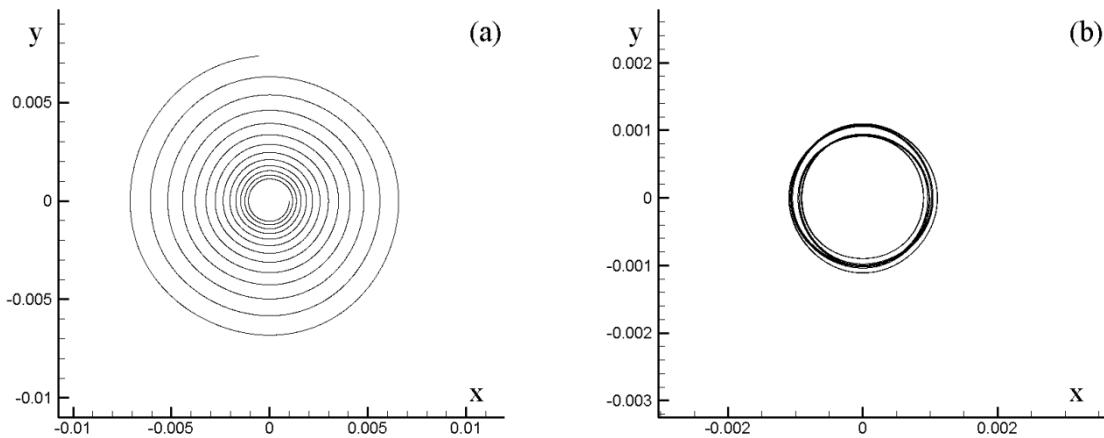


Рисунок 5.4 – Траектории линеаризованной системы при тех же параметрах фонового потока (а) параметрическая неустойчивость при  $\nu = 0.08, \varepsilon = 0.1$ ; (б) отсутствие неустойчивости при  $\nu = 0.07, \varepsilon = 0.1$ .

Можно ожидать, что для исходной системы при тех же параметрах, что и для линеаризованной системы можно ожидать проявлений параметрической неустойчивости. Соответствующие траектории приведены на Рис.5.5

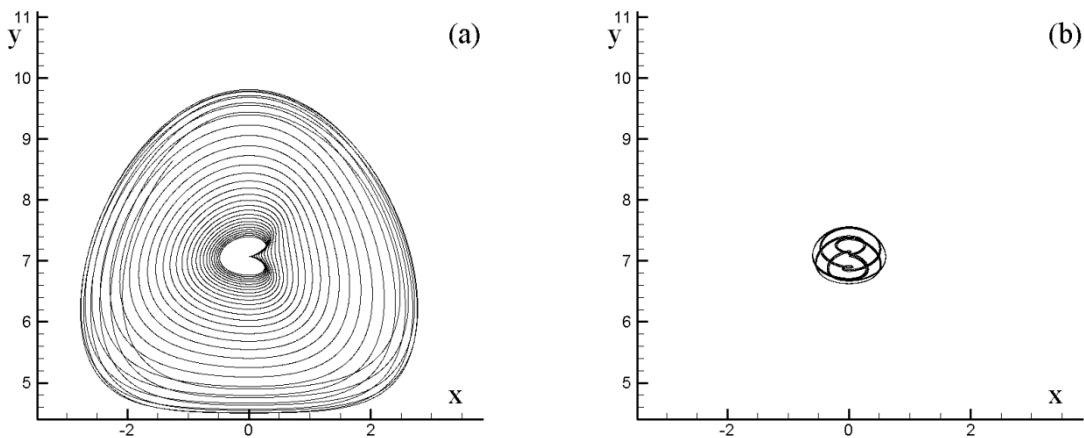


Рисунок 5.5 – Траектории исходной системы для тех же параметров фонового потока и  $\mu_2 = 1$ . (а) локально неограниченная траектория, соответствующая параметрической неустойчивости при  $\nu = 0.08, \varepsilon = 0.1$ ; (б) локально ограниченная траектория, соответствующая отсутствию параметрической неустойчивости при  $\nu = 0.07, \varepsilon = 0.1$ .

Далее было показано, что траектории в окрестности сепаратрисы хаотизуются, но этот эффект не связан с параметрической неустойчивостью в окрестности эллиптических точек. Это связано с тем, что параметрический резонанс линейный эффект и подавляется в области сильной нелинейности, где возникают проявления динамического хаоса. Эффект хаотизации может быть продемонстрирован с помощью сечений Пуанкаре. На Рис.5.6 приведены примеры сечений Пуанкаре. На Рис.5.7 приведены соответствующие траектории. Рис.5.6 показывает более эффективную хаотизацию в области отсутствия параметрического резонанса.

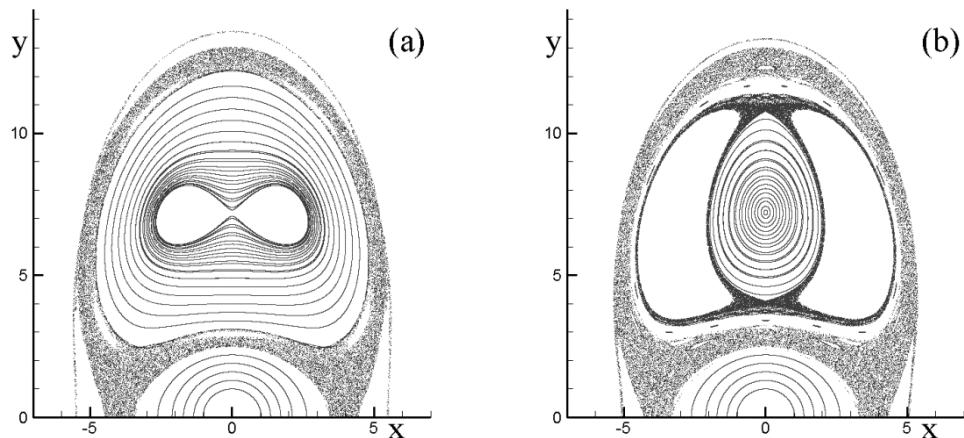


Рисунок 5.6 – Сечения Пуанкаре для амплитуды возмущения  $\varepsilon = 0.1$  и частоты возмущения: (а) –  $\nu = 0.08$  первая зона параметрической неустойчивости; (б)  $\nu = 0.075$  – зона устойчивости вблизи границы.

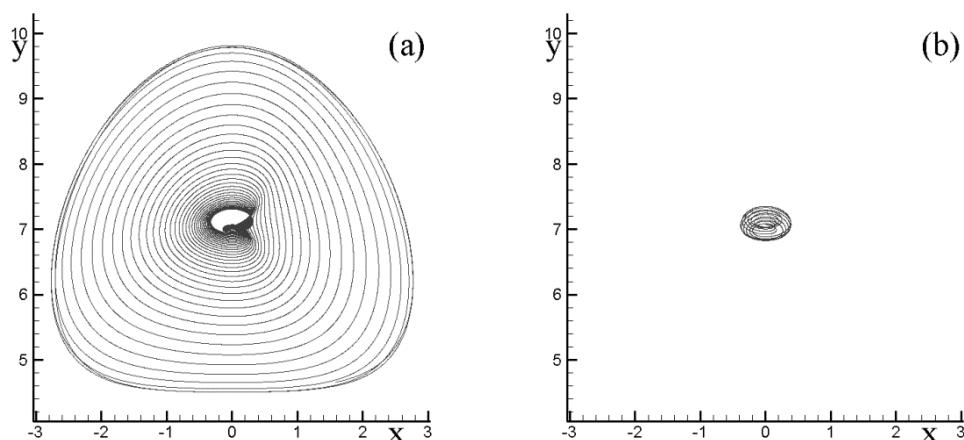


Рисунок 5.7 – Траектории вихрей для тех же параметров, что и на предыдущем рисунке.

Аналогичные примеры приведены на Рис.5.8 и Рис.5.9, но для второй зоны параметрической неустойчивости.

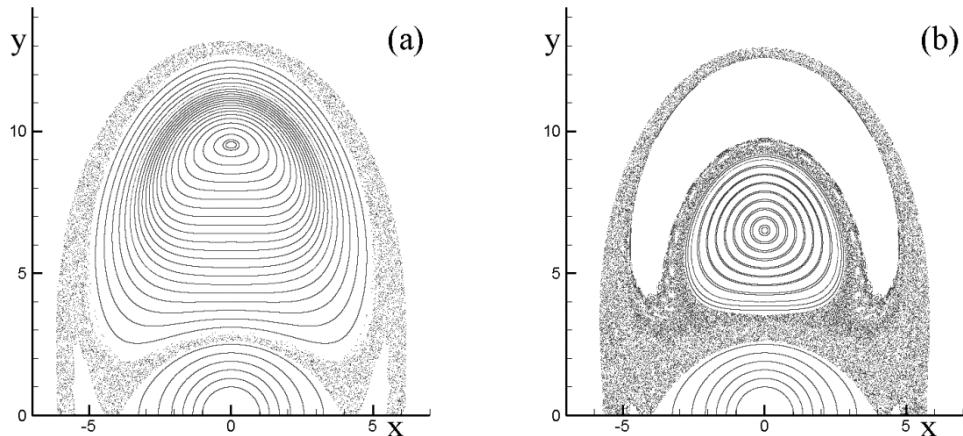


Рисунок 5.8 – Сечения Пуанкаре для амплитуды возмущения  $\varepsilon = 0.03$  и частот: (а)  $\nu = 0.04$  – вторая зона неустойчивости; (б)  $\nu = 0.036$  – зона устойчивости вблизи границы.

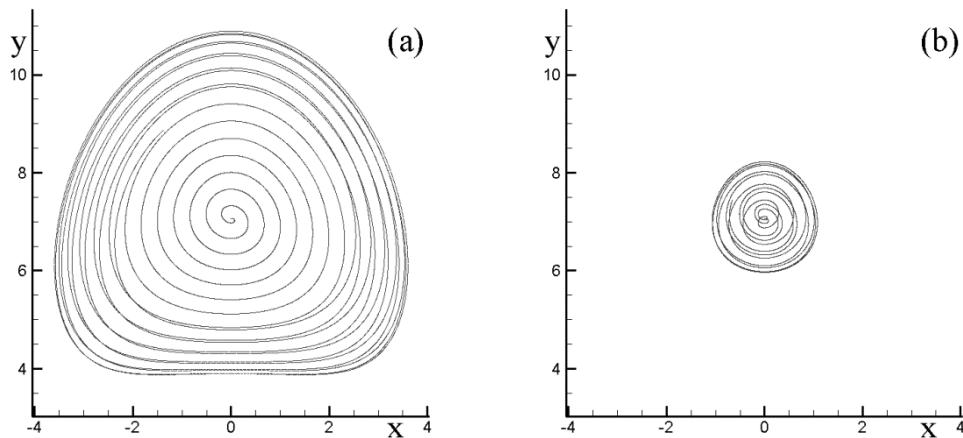


Рисунок 5.9. – Траектории вихрей для тех же параметров, что и на предыдущем рисунке.

## 6 Построение комплексной численной модели медленного течения в неоднородной вязкой жидкости и некоторые геофизические приложения.

### 6.1 Построение трехмерной комплексной численной модели медленного течения в многослойной вязкой жидкости.

Рассмотрим трехмерную расчетную область, состоящую из относительно толстого слоя вязкой несжимаемой жидкости с плотностью  $\rho$  и вязкостью  $\mu$ , покрытого тонким  $N$ -слойным вязким пластом, границы которого обозначим через  $Z_k$ ,  $k = \overline{0, N}$  (см. Рис.6.1). Т.к. течение жидкости имеет субгоризонтальный характер не только в самом пласте, но и в подстилающей его

окрестности, поставим ниже границы  $Z_N$ , на расстоянии порядка  $Z_0 - Z_N$ , фиктивную горизонтальную неподвижную границу  $Z_{N+1}$ , которая разделит расчетную область на верхнюю  $D_1$  и нижнюю  $D_2$  подобласти.

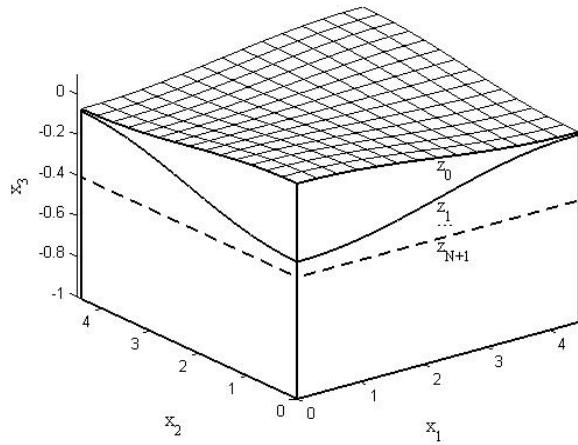


Рисунок 6.1 – Общая схема расчетной области.

Для описания движения жидкости в нижней подобласти  $D_2$  использовались уравнения Стокса.

$$[\mu(u_{i,j} + u_{j,i})]_i - p_{,i} - \rho g \delta_{i3} = 0, \quad i = \overline{1,3} \quad (6.1)$$

где  $\delta$  – ускорение силы тяжести,  $u_i$  – компоненты скорости,  $p$  – давление,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. Скорости в (1) должны удовлетворять уравнению неразрывности:

$$u_{i,i} = 0 \quad (6.2)$$

На нижней и боковых границах подобласти  $D_2$  задавалось условие гладкого контакта.

Для описания движения жидкости в каждом слое подобласти  $D_1$  использовались упрощенные уравнения в приближении смазки (уравнения Рейнольдса) :

$$p_{,1} = \mu_k u_{1,33}, \quad p_{,2} = \mu_k u_{2,33}, \quad p_{,3} = -\rho_k g, \quad k = \overline{1, N+1} \quad (6.3)$$

где  $\rho_k$  и  $\mu_k$  – плотности и коэффициенты вязкости жидкости в слоях, причем  $\rho_{N+1} = \rho$  и  $\mu_{N+1} = \mu$ . Скорости в (6.3) также должны удовлетворять уравнению неразрывности (6.2). На поверхности  $z = Z_0$  задавались условия отсутствия внешних напряжений; на границах раздела слоев  $z = Z_k$   $k = \overline{1, N}$  – условия непрерывности скоростей и напряжений и условие непроницаемости границы; на боковых границах каждого слоя – условия непроницаемой стенки:

Решая уравнения (6.3) с учетом краевых условий, получим систему квазилинейных параболических уравнений относительно границ слоев  $Z_i$ , ( $i = \overline{1, N+1}$ ):

$$Z_{i,t} = \left( \left( A_{il} Z_{l,1} + \sum_{k=2}^{N+1} A_{ik} (\rho_k - \rho_{k-1}) Z_{k,1} \right) - u_1(x_1, Z_{N+2})(Z_i - Z_{N+2}) \right)_{,1} + u_2(x_1, Z_{N+2}), \quad (6.4)$$

где  $A_{ji} = A_{ij} = f \sum_{l=i}^{N+1} h_l \sum_{m=j}^{N+1} h_m \sum_{k=j}^{N+1} \frac{1}{\mu_k} \frac{h_k}{1 + \delta_{ik} + \delta_{ij}}$   $(i \leq j, \quad i, j = \overline{1, N+1})$ ,  $h_i = Z_i - Z_{i+1}$   $(i = \overline{1, N+1})$ ,

$\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Для решения численной задачи в подобласти  $D_2$  использовался модифицированный метод проекции градиента. Путем введения дискретного аналога векторного потенциала достигалось точное выполнение дискретного аналога условия несжимаемости (6.2) с сохранением разреженной структуры матрицы жесткости.

Асимптотическое исследование системы уравнений (6.4) позволило получить следующее уравнение:

$$(\gamma_j A_{1j} Z_{j,i})_{,i} - ((Z_1 - Z_{N+1}) u_i)_{,i} + u_3 = 0, \quad x_3 = Z_i, \quad (6.5)$$

Асимптотическое уравнение (6.5), связывающее положения границ слоев и скорости на границе сопряжения на больших временах и не зависящее от предыстории течения, использовалось в качестве дополнительного условия на для сопряжения разнородных уравнений в слое и пласте.

Для сравнения вариантов численного решения без применения асимптотического условия и с применением условия, на Рис.6.2 показана проекция поля скоростей движения жидкости на боковой границе  $x_2 = 0$  в момент времени  $t = 100$ . Как видно из результатов, наблюдается значительное расхождение решений в приповерхностной области, где вертикальная скорость меняет знак на противоположный.

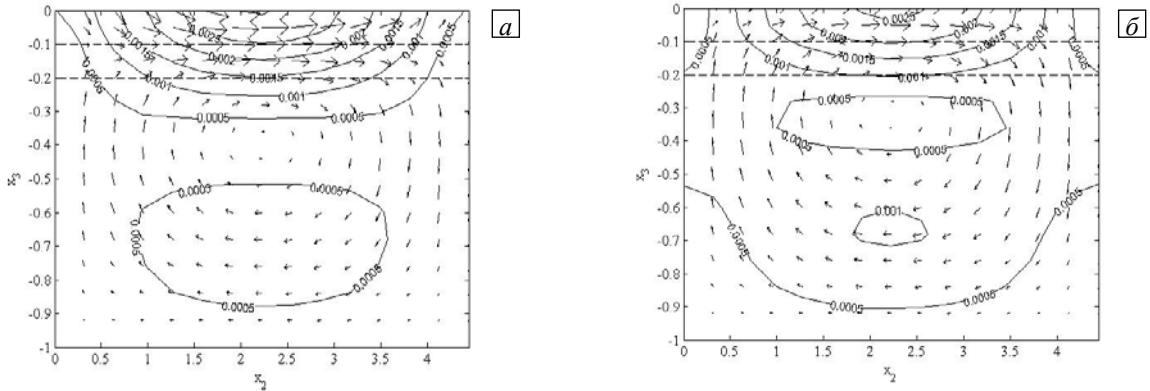


Рисунок 6.2 – Проекция поля скоростей на боковой границе  $x_2 = 0$ , полученное (а) без применения асимптотического условия и (б) с применением асимптотического условия, в момент времени  $t = 100$ .

Поля скоростей на остальных боковых границах не приводятся, т.к. там получается аналогичная проекция, как и на Рис.6.2.

На Рис.6.3 показана проекция поля скоростей движения жидкости на поверхности  $Z_0$  в момент времени  $t = 100$ . Как видно из сравнения результатов, направления скоростей в обоих вариантах почти совпадают, расхождения наблюдаются лишь в модуле скорости.

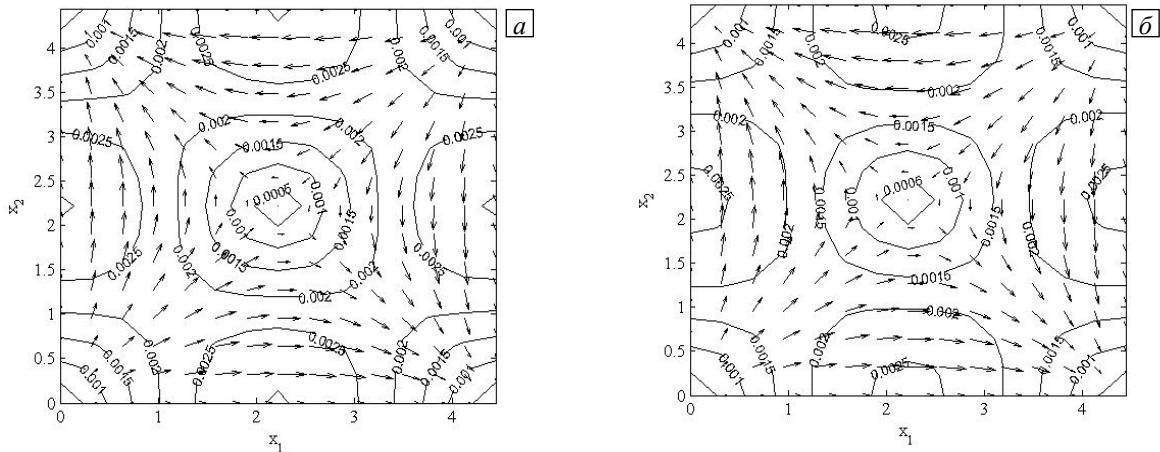


Рисунок 6.3 – Проекция поля скоростей на поверхности  $Z_0$ , полученное (а) без применения асимптотического условия и (б) с применением асимптотического условия, в момент времени  $t = 100$ .

## 6.2 Численная модель эволюции медленного течения неоднородной жидкости на больших временах

Пусть расчетная область представляет собой относительно толстый слой однородной вязкой несжимаемой жидкости, на поверхности которого расположен тонкий пласт, состоящий из  $N$  вязких слоев (Рис.6.4). Обозначим через  $Z_k$ , где  $k = \overline{1, N+1}$ , границы многослойного пласта. Задаются скорости движения жидкости на нижней границе расчетной области.

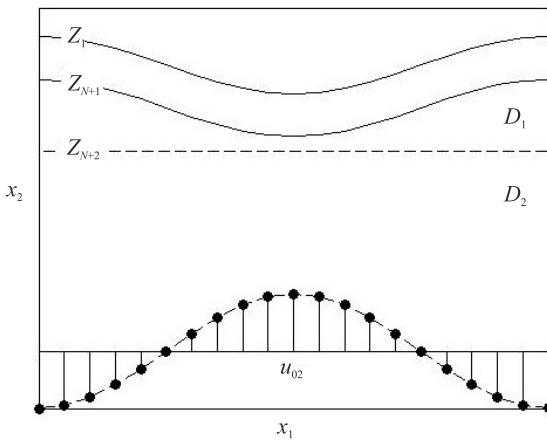


Рисунок 6.4 – Общая схема расчетной области: сплошные линии – границы вязкого пласта, пунктир – фиктивная граница; отрезки с маркерами изображают эпюру скорости движения нижней границы

Построена комплексная численная модель, в которой для описания течения в толстом однородном слое применяются уравнения Стокса (6.1)-(6.2), а в тонком многослойном пласте — уравнения Рейнольдса (6.3)-(6.2) для двумерного варианта. Движения границ описываются уравнениями (6.4) для двумерного варианта. Для сопряжения разнородных уравнений используется асимптотическое условие (6.5).

При численном решении жесткой эволюционной системы (6.4) основная проблема заключается в том, чтобы обеспечить качественно правильное поведение численного решения как на участке «временного пограничного слоя», так и возможно точнее воспроизвести решение на основном участке интегрирования, вне этого слоя. В некоторых приложениях, например, в тектонике и геофизике, поведение решения во «временном пограничном слое» практически непредсказуемо, так как нет информации ни о моменте начала процесса, ни о начальных условиях. В связи с этим, более важное для исследователя значение имеет поведение течения в промежутке времени, отвечающем медленной фазе, слабо зависящей от начальных условий. Поэтому возникает необходимость разработки численного метода, который позволил бы достаточно точно моделировать решение на больших временах. При этом желательно вести счет с большим шагом по времени, поскольку малый шаг при моделировании медленно меняющегося процесса приводит к неоправданному увеличению вычислительных затрат.

Однако при использовании методов, не учитывающих указанные особенности процесса, несмотря на медленное изменение численного решения на больших временах, шаг интегрирования должен оставаться малым. Попытки уменьшить время вычисления за счет увеличения шага интегрирования приводят к резкому возрастанию погрешности и к значительным искажениям численного решения.

Для решения этой проблемы используется асимптотическое условие (6.5). Представим приближенное решение в виде асимптотических разложений ( $Z_i = z_{i0} + \varepsilon z_{i1} + \dots$ ) и получим систему уравнений относительно  $z_{i1}$  и  $z_{i0}$ ,  $i = \overline{2, N+1}$ :

$$0 = \left( A_{i1} \Big|_{Z_i=z_{i0}} z_{11,1} + \sum_{k=2}^{N+1} A_{ik} \Big|_{Z_i=z_{i0}} \gamma_k z_{k0,1} \right)_{,1} - U_1(-Z_{N+2})_{,1} + U_2. \quad (6.6)$$

$$z_{i0,\tau} = \left( A_{i1} \Big|_{Z_i=z_{i0}} z_{11,1} + \sum_{k=2}^{N+1} A_{ik} \Big|_{Z_i=z_{i0}} \gamma_k z_{k0,1} \right)_{,1} - (U_1(z_{i0} - Z_{N+2}))_{,1} + U_2.$$

где  $\varepsilon = \max(\rho_k - \rho_{k-1})/\rho_1$ ,  $\gamma_k = (\rho_k - \rho_{k-1})/\varepsilon$ .

Как показали расчеты, применение асимптотического уравнения (6.5) в качестве дополнительного ограничения на искомое решение позволило существенно сократить вычислительные затраты и достигалось это следующим путем:

- поле скоростей на больших временах с применением асимптотического условия вычислялось с хорошей точностью за одну итерацию. При использовании обычного способа сопряжения разнородных уравнений по скоростям и напряжениям необходимы уточняющие итерации для получения приемлемой точности, что значительно увеличивало бы время счета;
- наличие малого параметра в уравнениях (6.4) приводило к тому, что приемлемая точность численного решения достигалась только при очень малых шагах по времени. Преобразование эволюционных уравнений с помощью асимптотического уравнения (6.5), позволило вычленить из решения быстро убывающую компоненту («временной пограничный слой») и достигнуть хорошей точности численного решения на медленной стадии даже при задании большого шага дискретизации по времени.

Например, для реализации одного и того же численного решения при обычном методе использовался шаг по времени 0,005, и потребовалось совершить 800 шагов, а асимптотическое условие позволило увеличить шаг по времени до 0,2 и получить решение за 20 шагов.

Проведено численное исследование течения в расчетной области с двухслойным пластом на развитой стадии при больших отклонениях границ слоев от начального положения. Результаты представлены на Рис.6.5.

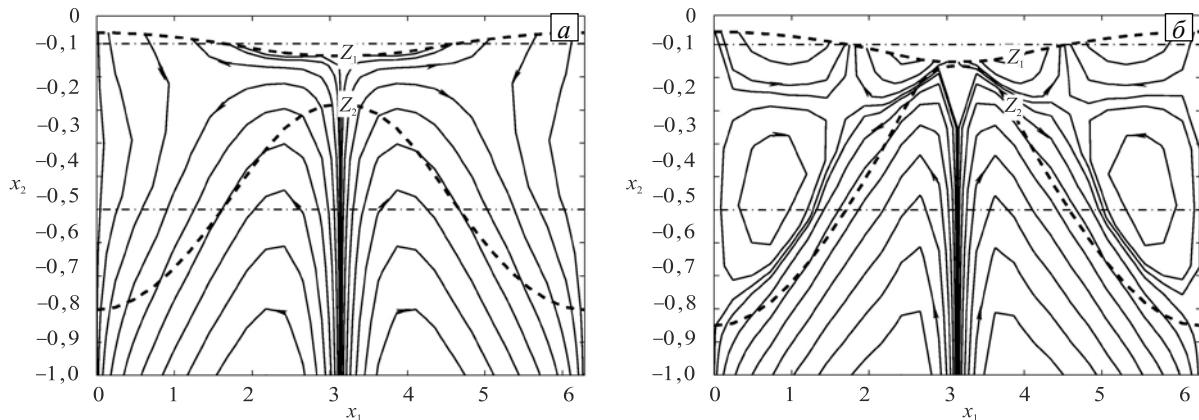


Рисунок 6.5 – Профили больших отклонений границ слоев от начального положения и изолинии функция тока в верхней части расчетной области с применением асимптотического условия в различные моменты времени  $t : 5$  (а); 10 (б); сплошные линии со стрелками – линии тока течения, пунктирные линии – границы слоев, штрихпунктирные линии – начальные положения границ слоев

Так как скорость течения в нижней подобласти в процессе эволюции существенно не изменяется, изолинии функции тока показаны только для верхней части  $D_1$ . При  $t = 5$  изменения происходят лишь в окрестности верхней границы  $Z_1$ , а затем при  $t = 10$  поля скоростей разделяются на две зоны, в которых направления вертикальных смещений прямо

противоположны. Верхняя зона практически охватывает весь верхний слой, заключенный между границами  $Z_1$  и  $Z_2$ . Здесь наблюдается довольно сложная картина с образованием замкнутых ячеек по обе стороны от места поднятия границы  $Z_2$ . В качестве геофизических приложений результаты могут использоваться для изучения процесса образования крупномасштабных тектонических прогибов.

## 7 Методы диагностики газовых включений в осадках и водной толще

На основе теоретических и экспериментальных исследований разработаны методы диагностики газовых включений в осадках и водной толще.

### 7.1 Динамика газовых включений при наличии геометрических ограничений

В этом разделе приведены результаты, признанные Ученым Советом ТОИ ДВО РАН важнейшими результатами института в 2014 г.

Наличие порового скелета в осадках изменяет параметры колебаний как отдельных включений, так и характер обратного рассеяния акустической волны от пузырьков. По этой причине изучение динамики газовых включений при наличии связей – ограничений, препятствующих их свободному движению, представляло важную составляющую исследований. Геометрически эти связи могут иметь различную пространственную размерность, т.е. представлять собой точечные, линейные и поверхностные ограничения. При анализе линейной связи естественно рассмотреть препятствие правильной формы – кольца, и именно это задача была решена нами.

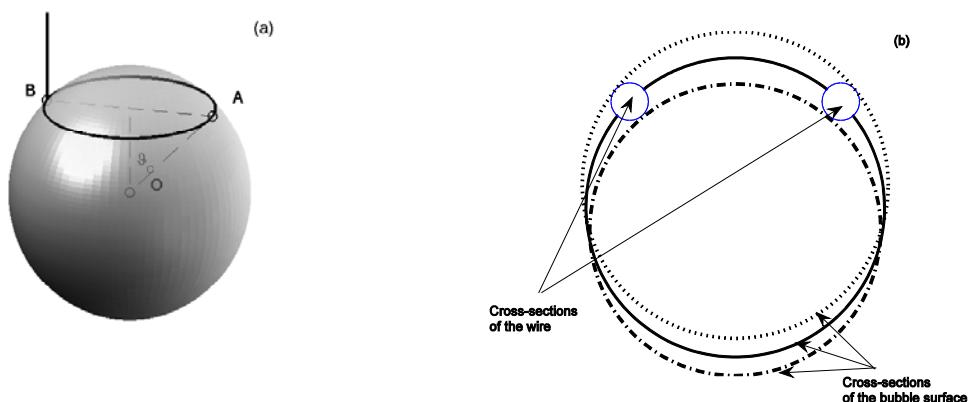


Рисунок 7.1 – Газовый пузырек, прикрепленный к несжимаемому кольцу (а) и вид поперечного сечения (б), иллюстрирующий условия смачивания. Центр пузырька расположен в точке О.

Диаметр кольца АВ обозначен  $L$ . Расположение поверхности пузырька относительно ограничивающего кольца для условий полного смачивания, частичного, и несмачиваемой поверхности кольца изображено точечной, сплошной и штрихпунктирной линией, соответственно.

Дано аналитическое решение задачи о колебаниях пузырька при наличии связи – несжимаемого кольца. Динамика закрепленного пузырька отличается от поведения свободного изменением инерционной (присоединенной) массы. Показано, используя инвариантность уравнения Лапласа относительно конформных преобразований и геометрию проблемы, что торoidalные координаты обеспечивают разделение переменных и являются наиболее удобными переменными при изучении динамики закрепленного пузырька. Найденное аналитическое решение позволяет получить модифицированное уравнение Рэлея, описывающее объемные колебания пузырька. Найдена поправка к собственной частоте пузырька и исследована структура течений в окрестности кольца – наиболее интересной области, неустойчивость которой на следующем этапе роста пузырька может привести к разрыву шейки и отрыву пузырька от насадки.

Выполнено последовательное описание динамики газового пузырька при его колебаниях вблизи твердой границы: получено аналитическое выражение для сдвига собственной частоты, определены поправки к коэффициенту затухания за счет вязких потерь и радиационного излучения; найден характер и форма деформационных искажений, определен закон пространственного спадания поправок при удалении от границы. Эти результаты закладывают основу для применения пассивных методов диагностики утечек газа в подводных трубопроводах и мониторинга потоков метана в подводных сипах.

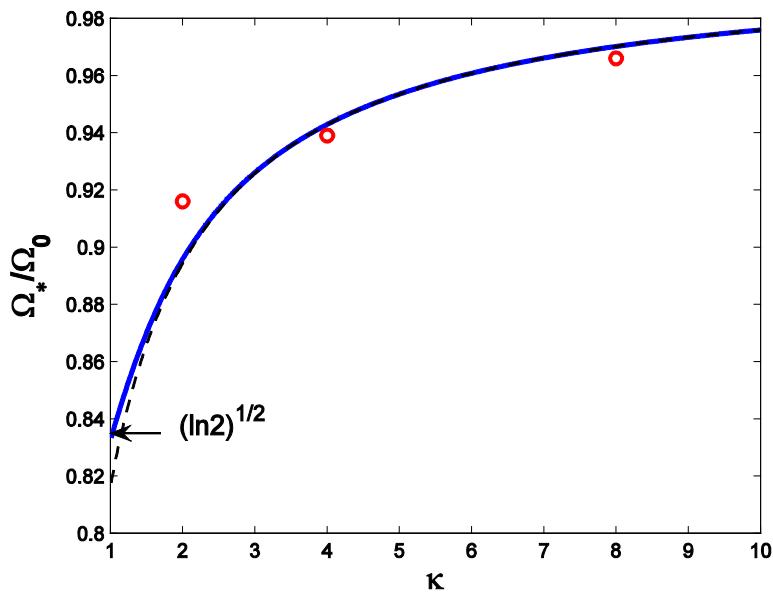


Рисунок 7.2 – Иллюстрация изменения собственной частоты пузырька при удалении от дна.

Сплошная линия описывает отношение собственных частот пузырька у дна и в свободном пространстве. Абсцисса – отношение расстояния до дна к радиусу пузырька. Кружки – результаты лабораторного эксперимента. Штрихованная линия – вклад монопольной составляющей при взаимодействии пузырька и его зеркального изображения.

Важным для интерпретации звуков подводных сипов является учет взаимодействия двух близко расположенных пузырьков с акустическим полем. При этом наличие второго пузырька можно рассматривать как присутствие ограничивающей поверхности. Найдено аналитическое решение задачи о пульсациях двух близко расположенных пузырьков (с радиусами  $R_a$  и  $R_b$ , на расстоянии  $h$ , сопоставимом с их радиусами). Методы теории колебаний применялись для изучения связанных резонансов. Найдено радиационное затухание, являющееся доминирующим механизмом диссипации связанных колебаний включений. Приведение к нормальным координатам позволило найти аналитическое решение ряда задач, в частности рассеяние на паре взаимодействующих пузырьков. Получены аналитические формулы, позволяющие описать зависимость излучения пузырьков от их размеров и расстояния между ними.

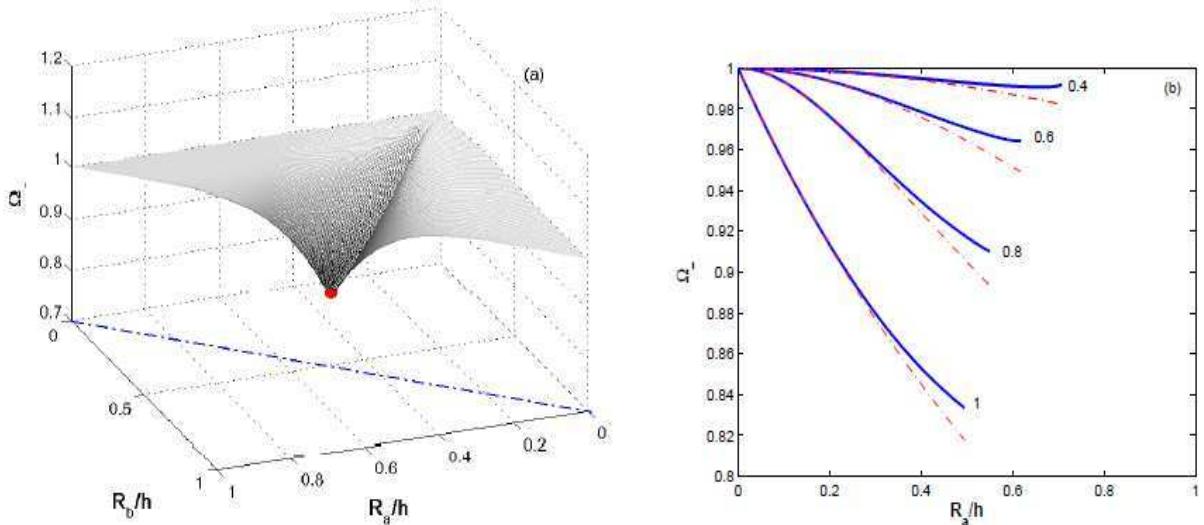


Рисунок 7.3 — Поведение нормированной собственной частоты  $\Omega_-$ , соответствующей синфазным колебаниям включений (а). Штрихпунктирная линия описывает границу физических значений параметров  $R_a/h + R_b/h = 1$ . На этой линии пузырьки касаются друг друга. Маркированная точка соответствует наименьшей частоте. Сравнение с моделью, учитывающей только монопольные колебания пузырьков, представлено на графике (б). Сплошные кривые описывают собственную частоту при следующих значениях параметров:  $R_b = R_a$ ,  $R_b = 0.8R_a$ ,  $R_b = 0.6R_a$  и  $R_b = 0.4R_a$ .

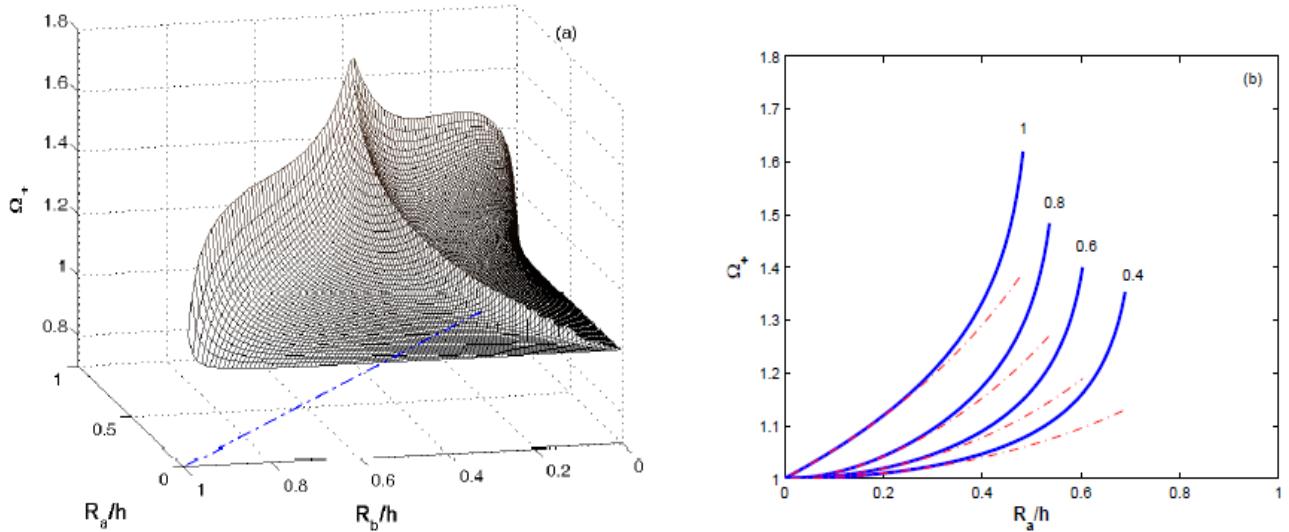


Рисунок 7.4 – Поведение нормированной собственной частоты  $\Omega_+$ , соответствующей противофазным колебаниям включений (а). Штрихпунктирная линия описывает границу физических значений параметров  $R_a/h + R_b/h = 1$ . Сравнение с моделью, учитывающей только монопольные колебания пузырьков, представлено на графике (б). Сплошные кривые описывают собственную частоту при следующих значениях параметров:

$$R_b = R_a, R_b = 0.8R_a, R_b = 0.6R_a \text{ и } R_b = 0.4R_a.$$

## 7.2 Использование обращенных во времени сигналов для диагностики подводных утечек

В новом направлении акустика обращенных во времени сигналов, которое сформировалось в течение последних 20 лет, сигнал, излученный локализованным источником, регистрируется преобразователями антенной решетки, обращается во времени и излучается в среду. Поскольку волновое уравнение, описывающее распространение акустических сигналов, инвариантно относительно обращения времени, излученный обращенный сигнал фокусируется на источнике. Эта методика не применялась для обнаружения сипов и подводных утечек газа. Фокусировка обращенного сигнала на источнике (газовом пузырьке), резонансная природа рассеяния и возможность переизлучать обращенные сигналы со значительным усилением определяют преимущество предложенного подхода по сравнению с существующими пассивными методами диагностики.

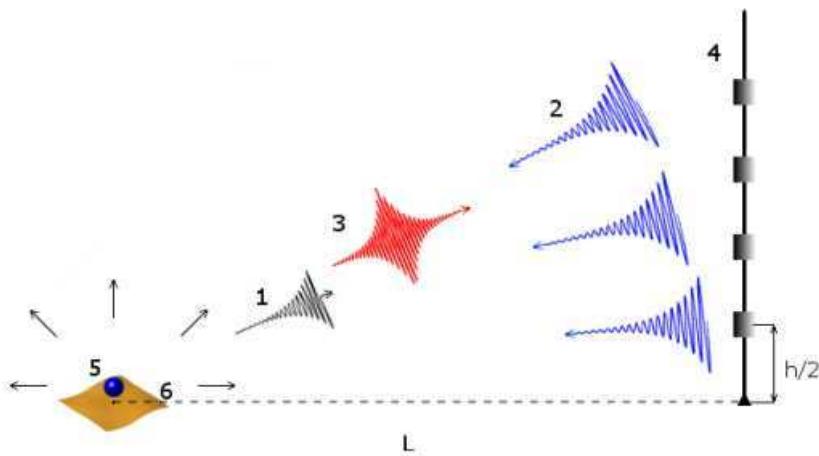


Рисунок 7.5 – Иллюстрация использования обращенных во времени сигналов для диагностики подводных сипов. Числами на рисунке обозначены следующие элементы: (1) импульс давления, излучаемый пузырьком при его рождении, (2) обращенный во времени сигнал, излучаемый элементами приемно-передающей антенны, (3) сигнал обратного рассеяния за счет резонансного взаимодействия между обращенной волной и пузырьком, (4) приемно-передающая антenna, (5) газовый пузырек, (6) морское дно. Горизонтальное расстояние между пузырьком и вертикальной антенной  $L$ , а расстояние между преобразователями антенны  $h/2$ .

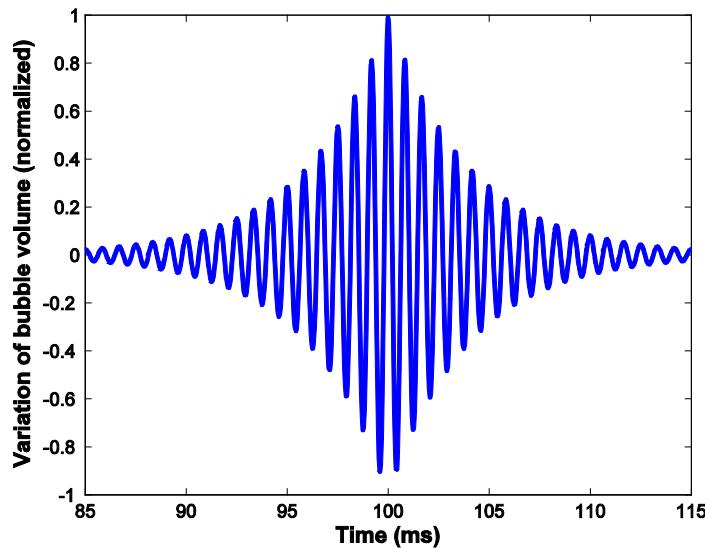


Рисунок 7.6 – Нормированное (относительно максимального значения) изменение объема пузырька под действием обращенной волны. Обращенный во времени сигнал подходит к месту нахождения пузырька в момент времени  $L/c = 66.7$  мс, частота собственных колебаний пузырька 1200 Гц, добротность  $Q = 15$ , время регистрации сигнала на антенне  $T = 100$  мс ( $L$  – горизонтальное расстояние между пузырьком и антенной,  $c$  – скорость звука).

Пространственные и временные фокусирующие свойства антенн, использующих обращенные во времени сигналы, исследовались для диагностики утечек подводных трубопроводов в специфических условиях шельфа о-ва Сахалин. В районе расположения буровых платформ ТОИ ДВО РАН проводились долговременные исследования особенностей распространения акустических сигналов, что позволило разработать адекватную модель для описания натурных акустических экспериментов. Метод функций Грина был тем инструментом, который позволил описать поле обращенного во времени сигнала, излучаемого пузырьком, в волноводе Пекериса. Спецификой задачи является форма акустических сигналов, которая позволяет дать аналитическое представление результата в виде ряда по различным траекториям распространения сигнала в волноводе. Локализация утечек газа выполняется по известным методикам позиционирования «шумящих» подводных объектов в пассивном режиме путем приема эмиссионного сигнала пузырька, расчета задержек с датчиков антенны и расчете углов прихода сигнала на каждый датчик. Дистанция обнаружения утечки не очень велика и составляет сотни метров. Для слабых утечек временное «окно» регистрации, в течение которого производится запись сигналов на антенне, сопоставимо с длительностью импульса. В течение этого времени регистрируется относительно небольшое число пришедших импульсов, но этого оказывается достаточным для диагностики утечки.

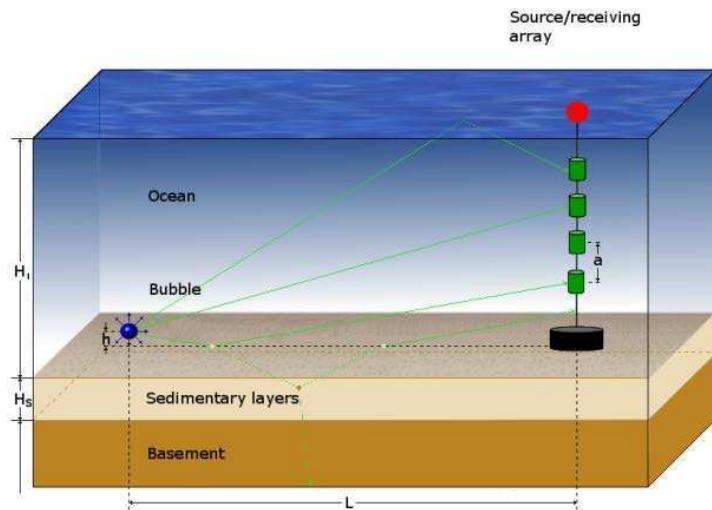


Рисунок 7.7 – Геометрия модельного волновода, расположения источника и приемно-передающей антенны. Горизонтальное расстояние между пузырьком и вертикальной антенной  $L$ , дистанция между элементами антенны –  $a$ . В течение времени излучения (около 30 периодов собственных колебаний) пузырек всплыает на относительно небольшое расстояние  $h$  (около 3 радиусов). Водный слой глубины  $H_o$  ограничен сверху свободной поверхностью и покоятся на слое донных осадков. Предполагается, что в этом слое толщиной  $H_s$  скорость звука и плотность постоянны. Ниже располагается полу бесконечный слой плотных пород с постоянной скоростью звука и плотностью.

### 7.3 Гетерогенная нуклеация на неровной поверхности

Понимание особенностей процесса образования газогидратов в поровом пространстве морских осадков требует знания особенностей нуклеации в этих специфических условиях. Для образования зародыша газогидрата требуется преодолеть термодинамический барьер. Эта дополнительная энергия зависит от концентрации растворенного метана: так, при низких концентрациях требуется преодоление более высокого барьера. В морской среде концентрация метана относительно невелика. Время, требуемое для образования новой фазы в метастабильной среде, в очень значительной степени зависит от неоднородности этой среды. В отличие от гомогенной нуклеации, которая происходит в объеме среды, гетерогенная нуклеация происходит на предпочтительных местах, таких как границы фаз или примеси. На межфазных поверхностях термодинамические барьеры обычно гораздо ниже чем соответствующие значения в объеме, что приводит к предпочтительному механизму образования новой фазы именно на поверхностях.

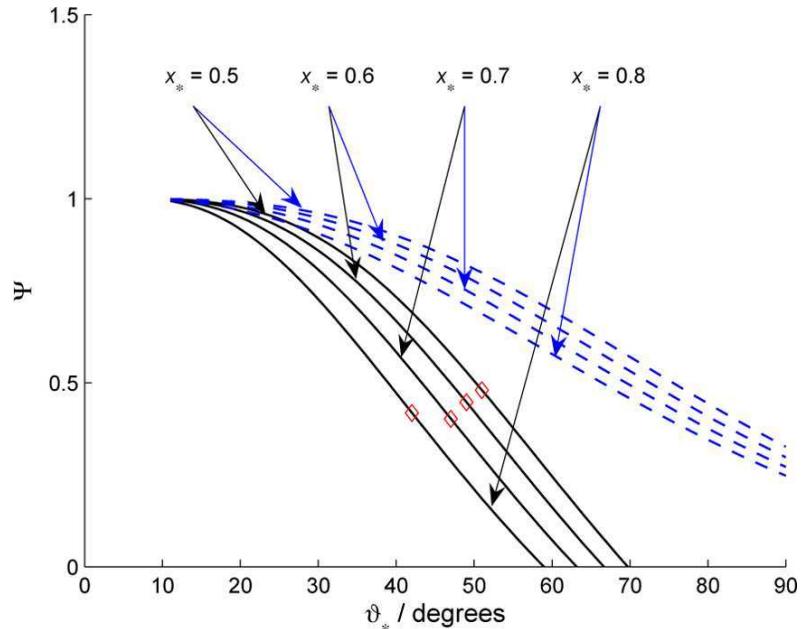


Рисунок 7.8 – Энергетический барьер нуклеации  $\Psi = W_*/W_*^{HOM}$  (сплошная линия) как функция равновесного угла смачивания  $\theta^*$  и критического размера зародыша  $x_*$ . Величина барьера нормирована на величину работы образования критического зародыша в свободном пространстве  $W_*^{HOM}$ . Безразмерный радиус критического зародыша  $x_*$  выражается через размеры каверны и параметры метастабильного состояния раствора. Данные расчета, помеченные  $(\diamond)$ , соответствуют линейному натяжению линии контакта  $\tau_l = -4 \times 10^{-12} \text{ Дж}/\text{м}^2$  и степени неравновесности, приводящей к появлению критического зародыша с радиусом  $X^* = 5 \text{ нм}$ . Штрихованные линии иллюстрируют поведение энергетического барьера при пренебрежении вкладом натяжения линии контакта.

Частота зародышеобразования зависит от полного потока зародышей, который получается суммированием вкладов от участков поверхности с различной кривизной. Доминирующий вклад в эту сумму вносят вогнутые участки поверхности. В рамках простой модели проанализирована нуклеация в окрестности омбилик – тех точек шероховатой поверхности, где главные радиусы кривизны совпадают. Получено выражение для суммарного потока зародышей и на его основе определено среднее время ожидания появления критического зародыша.

## **8 Моделирование распространения акустических волн в слоистых геоакустических волноводах методом однонаправленных модовых уравнений**

В этом разделе приведены результаты, признанные Ученым Советом ТОИ ДВО РАН важнейшими результатами института в 2015 и 2016 г.

### **8.1 Метод акустических модовых параболических уравнений в случае резонансного взаимодействия мод**

Рассмотрено распространение монохроматических звуковых волн в мелком море в трехмерном слоистом волноводе с произвольным количеством слоев, в каждом из которых заданы произвольные профили плотности, скорости звука, затухания. Предполагается, что типичная длина звуковой волны много больше типичного размера горизонтальных неоднородностей, что позволяет для исследования распространения звука использовать асимптотические методы.

В случае резонансно взаимодействующих нормальных мод методом многомасштабных разложений выведена система модовых параболических уравнений, для которой доказано сохранение потока акустической энергии с точностью, адекватной используемому приближению. Выведенные системы уравнений реализованы численно с использованием схемы Кранка-Николсона и включены в пакет прикладных программ (на языке C++), предназначенных для моделирования акустических полей в 3D волноводах в рамках модового подхода.

Выполнены тестовые вычисления потерь на распространение для звуковых волн частотой 25 Гц вдоль проницаемого клина с углом  $2.86^\circ$  (бенчмарка Американского акустического общества), которые показали превосходное совпадение с результатами стандартной программы COUPLE 2 Way. Можно отметить, что используемые при численной реализации уравнений алгоритмы в ряде важных случаев поддаются эффективному распараллеливанию, что позволяет в перспективе существенно повысить скорость вычислений.

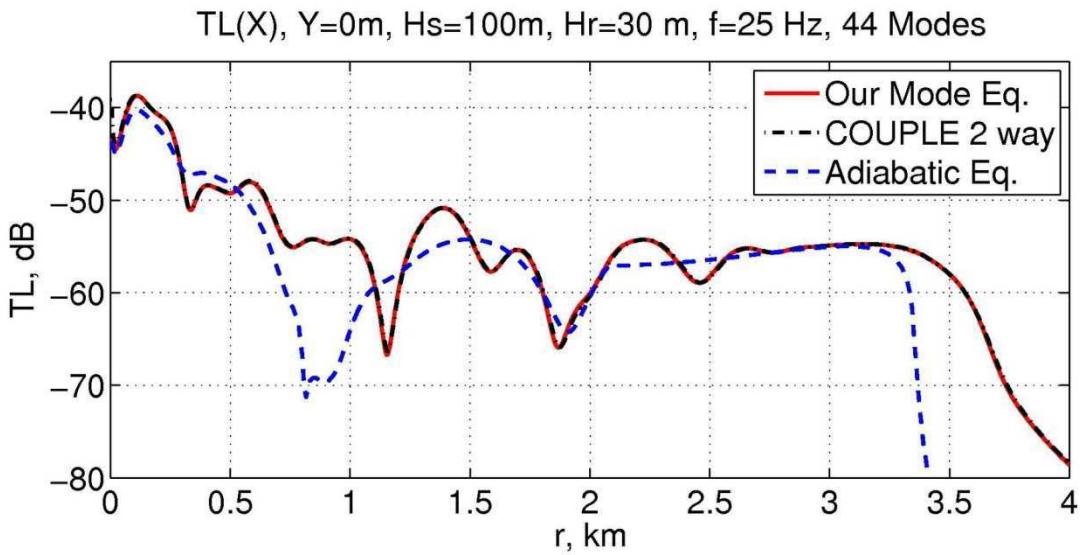


Рисунок 8.1 – Потери на распространение для клиновой бенчмарки (ASA wedge), вычисленные новыми параболическими уравнениями с учетом взаимодействия мод. Приведено сравнение с программой COUPLE 2 Way (среднеквадратичная разница между решениями – 0.3dB) и адиабатическим параболическим уравнением.

## 8.2 Лучевые модовые параболические уравнения в акустике мелкого моря

Методом многомасштабных разложений выведено лучевое модовое адиабатическое параболическое уравнение, из которого было получено одномодовое уравнение Гельмгольца. Из последнего, в свою очередь, методом Бабича было получено итоговое модовое параболическое уравнение в центрированных относительно луча (ray-centered) координатах. Для его решения разработан и реализован программно метод модовых Гауссовых пучков. Выведенное уравнение было использовано для вычисления акустических полей в важных для акустики мелкого моря тестовых примерах, в которых рассматривается трехмерное распространение звуковых волн в подводном волноводе.

В частности, метод модовых Гауссовых пучков был использован для численного решения полученного уравнения в случае распространения акустических волн поперек клина с углом  $2.86^\circ$  (бенчмарка Американского акустического общества). Уравнение протестировано путем сравнения его решений с решениями для акустических полей в клине, полученными методом изображений источников. Для этого проведены три серии численных экспериментов в случае разного количества мод, разных глубин водного слоя и разных углов наклона трассы по отношению к апексу клина. Во всех случаях оценивалась скорость вычислений поля. Оказалось, что для описания поля в дальней зоне в случае клина достаточно трех мод, а поле по всей трассе удовлетворительно описывается семью модами. Точность решений не ухудшается в случае резонансных глубин, когда происходит трансформация мод. Также показано, что поле

вычисляется корректно вдоль трасс, наклоненных к апексу клина вплоть до углов порядка 12-ти градусов.

Примечательно, что скорость вычислений лучевым модовым параболическим уравнением в рассмотренных задачах значительно (более чем в 2000 раз) превосходит скорость вычислений методом трехмерного параболического уравнения.

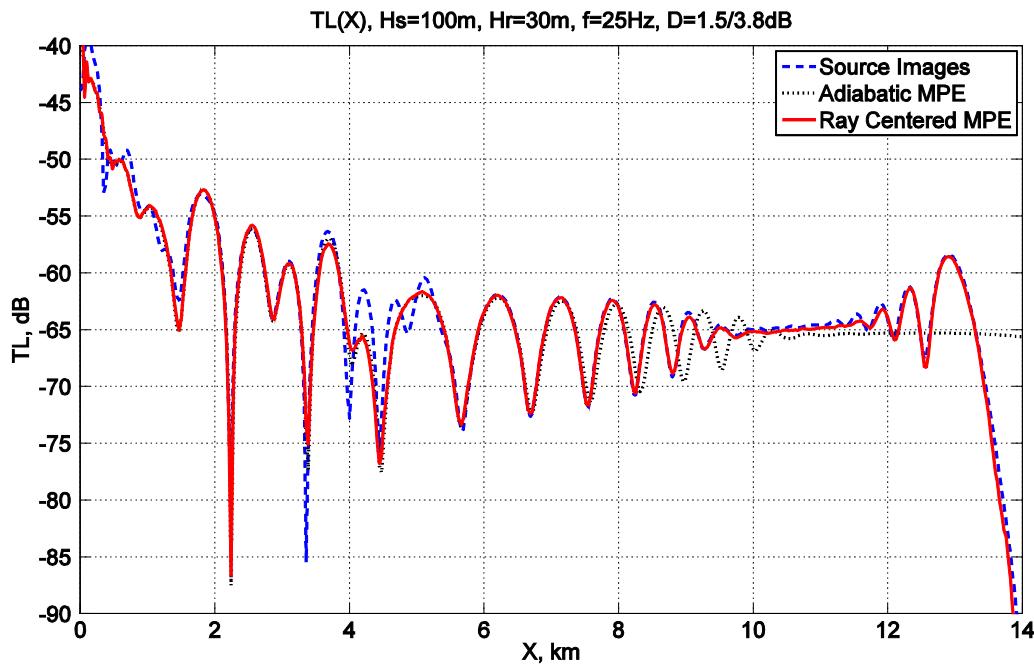


Рисунок 8.2 – Потери на распространение для звуковых волн от источника частотой 25 Гц в случае распространения под углом 12 градусов к апексу клина (бенчмарк ASA Wedge). Приведено сравнение метода модового лучевого параболического уравнения (7 мод) с методом изображений источников (среднеквадратичная разница – 1.5 дБ).

## 9 Рассеяние акустических импульсов в океане с крупномасштабными и мелкомасштабными неоднородностями

Проведено численное моделирование распространения импульсных акустических сигналов вдоль глубоководного подводного звукового канала (ПЗК) в Японском море. Модель подводного звукового канала была разработана с использованием натурных данных по гидрологии и включала в себя вариации скорости звука, обусловленные внутренними волнами, а также возмущение скорости звука, вызванное холодным синоптическим вихрем. Произведено разложение отдельных спектральных компонент акустического поля по модам невозмущенного волновода, с последующим выделением так называемых модовых импульсов, т. е. составляющих полученного сигнала, соответствующих отдельным модам. Основной целью работы было исследовать каким образом гидрологические неоднородности океана влияют на дисперсию акустических импульсов.

Обнаружено, что в присутствие синоптического вихря происходит значительное ослабление межмодовой дисперсии. Степень подавления возрастает с уменьшением расстояния между вихревым ядром и осью ПЗК. Проведенный теоретический анализ показал, что данный эффект связан с образованием пучка звуковых лучей с пониженной геометрической и временной расходимостью. Также обнаружено, что рассеяние на синоптическом вихре приводит к расщеплению отдельных сегментов t-z-диаграммы принимаемого сигнала. Получены формулы, позволяющие связать расположение расщепленного сегмента вдоль временной оси с характеристиками синоптического вихря. В частности, показано, что расщепленный сегмент соответствует лучам, удовлетворяющим условию

$$\frac{\partial G}{\partial I} = 0, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial I^2} > 0, \quad (9.1)$$

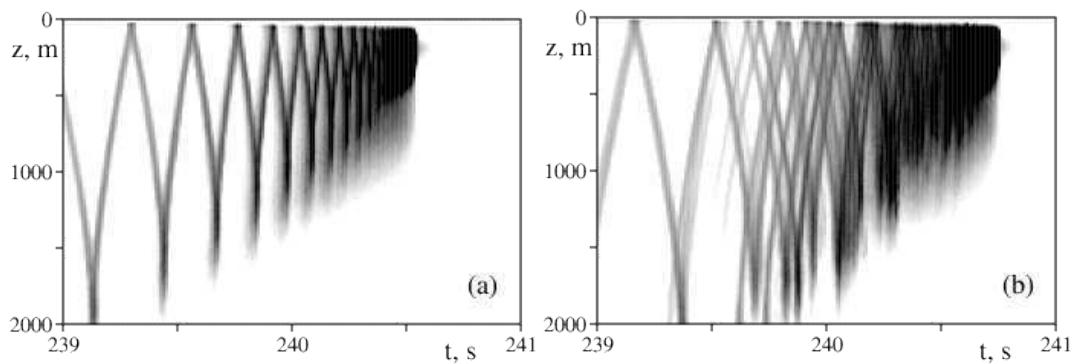
где

$$G(I) = \omega \left( 1 + \frac{c_0}{g} \frac{\partial V_{\text{eddy}}}{\partial z} \right), \quad (9.2)$$

$\omega$  - частота пространственных колебаний луча в волноводе,  $I$  - переменная действия луча,  $c_0$  - скорость звука на оси волновода,  $g = 0.017 \text{ c}^{-1}$ ,  $V_{\text{eddy}} = \delta c_{\text{eddy}} / c_0$ ,  $\delta c_{\text{eddy}}$  - возмущение скорости звука, обусловленное вихрем. Формулы (9.1) и (9.2) позволяют связать траектории лучей, подверженных наиболее сильному рассеянию, с вертикальным профилем обусловленного вихрем возмущения скорости звука. При этом предполагается, что вихрь является холодным и залегает существенно глубже оси звукового канала. Формулы (9.1) и (9.2) также позволяют найти номер моды акустического поля, подверженной наиболее сильному рассеянию:

$$n^* = k_0 I^* + 1/2, \quad (9.3)$$

где  $k_0$  - волновое число акустической волны, соответствующее центральной частоте импульса.



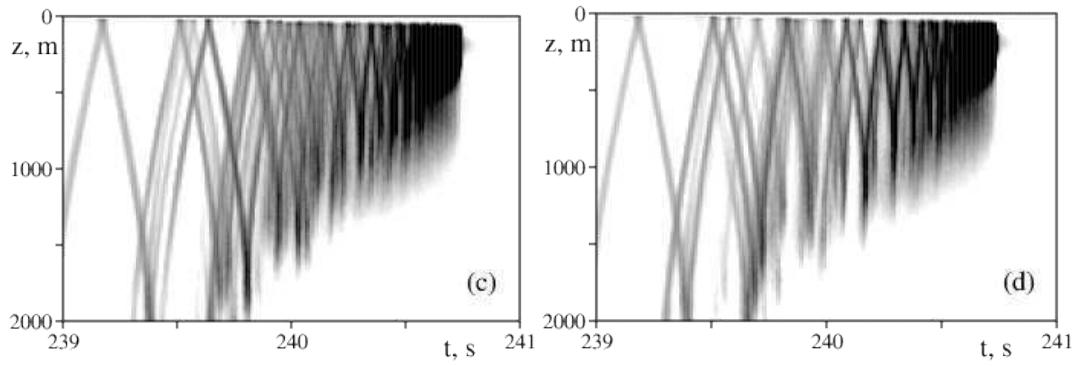


Рисунок 9.1 – Рассчитанные т-з-диаграммы принимаемого сигнала для подводного звукового канала в отсутствие вихря (а) и в присутствие вихря с ядром на глубине 1000 м (б), 1250 м (с) и 1500 м (д).

Также проведено исследование влияния синоптических вихрей на спектр оператора эволюции акустического поля на примере модели ПЗК в Японском море. Обнаружено, что при использовании нормальных мод невозмущенного волновода в качестве базиса, спектр оператора эволюции не позволяет идентифицировать режимы регулярного распространения звука. Это связано с тем, что адиабатическая изменчивость среды вызывает неустойчивость периодических орбит соответствующего одношагового отображения Пуанкаре. На основании полученных результатов сделан вывод о том, что наиболее удачным выбором базиса являются моды волновода сравнения, учитывающие адиабатическую изменчивость среды, обусловленную синоптическими вихрями.

Нами предложен новый метод расчета угловой структуры акустических импульсов с помощью данных, полученных с помощью относительно короткой приемной антенны. В нашем методе вычисляется проекция акустического поля на лучевое фазовое пространство

$$W(p, z, r, k_0) = \int \Psi^*(z, r) \psi(p, z, k_0) dz, \quad (9.4)$$

где  $r$  — расстояние от источника,

$$\psi(p, z, k_0) = (2\pi\Delta_z^2)^{-1/4} \exp\left[ik_0 p(z' - z) - \frac{(z' - z)^2}{4\Delta_z^2}\right]. \quad (9.5)$$

Формула (4) описывает так называемый волновой пакет с минимальной неопределенностью, который можно поставить в соответствие лучу, пересекающему горизонтальную плоскость на глубине  $z$  под углом  $\text{arctg } p$ . Квадрат модуля функции  $W$  представляет из себя так называемую функцию Хусими, активно используемую в квантовой механике для поиска соответствия между квантовой и классической картинами.

Зафиксируем положение центра приемной антенны  $z = z_r$  и удаление от источника  $r=R$ . Тогда мы получаем угловой спектр импульсного сигнала, делая преобразование Фурье от функции  $W$ , т.е.

$$Y(p, t, z = z_r, r = R) = \int S(f) W(p, z_r, R, f) e^{i[k_0(f)R - 2\pi f t]} df, \quad (9.6)$$

где  $S(f)$  — временной спектр сигнала.

Для экспериментальной реализации этого метода может быть использована вертикальная акустическая антenna, состоящая из обычных ненаправленных гидрофонов. Антenna должна обеспечивать хорошую разрешаемость волнового пакета с минимальной неопределенностью, соответственно, ее длина должна составлять от  $4\Delta z$  до  $6\Delta z$ , а расстояние между соседними гидрофонами должно быть малым по сравнению с вертикальной длиной волны  $\lambda_z = c_0/(f p)$ .

Как правило, океан имеет некоторую случайную компоненту горизонтальной неоднородности. В связи с этим ценность для анализа представляют усредненные интенсивность и квадрат интенсивности от функции  $Y(p, t)$ :

$$\langle J \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N J_n, \quad \langle J^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N J_n^2, \quad J_n = Y_n^* Y_n, \quad (9.7)$$

где индекс  $n$  нумерует  $N$  статистически независимых реализаций случайной неоднородности.

Как правило, наибольшей интенсивностью характеризуются самые поздние приходы, соответствующие наиболее пологим лучам, а наименьшей — самые ранние приходы. Данное обстоятельство создает некоторое неудобство, если мы хотим сравнить угловые спектры, соответствующие разным временем прихода. Чтобы устранить это неудобство, введем функцию

$$\rho(p, t) = \frac{\langle J(p, t) \rangle}{\int dp \langle J(p, t) \rangle}, \quad (9.8)$$

которую можно рассматривать как плотность углового распределения для заданного времени прихода.

Результаты расчета функции  $\rho(p, t)$  для подводного звукового канала в Японском море представлены на Рис.9.2. Расчеты проводились путем численного решения параболического уравнения с последующим усреднением по 100 реализациям случайной неоднородности. Рассматривался импульс с центральной частотой 240 Гц и полушириной спектра 120 Гц. Глубина оси подводного звукового канала, 200 метров, была выбрана как положение центра приемной антены  $z_r$ . Параметр  $\Delta z$ , определяющий требуемую длину антены, взят равным 100 м.

Рассмотрим сначала случай без синоптического вихря вдоль трассы, представленный на Рис.9.2а. На нем отчетливо видны упорядоченные отдельные приходы, положение которых хорошо согласуется с лучевыми расчетами. Эти приходы образуют две ветви. Верхняя ветвь соответствует положительным углам прихода, а нижняя — отрицательным. Между хорошо сфокусированными лучевыми приходами расположены расплывчатые пятна, соответствующие засветке зон акустической тени, что может указывать на их нелучевое происхождение. Тем не менее, данные пятна также принадлежат вышеупомянутым ветвям. Возможно два объяснения

появлению этих приходов. Первое — они являются следствием рассеяния лучей на внутренних волнах. Второе — эти пятна связаны с распространением звука вдоль комплексных лучей с малой мнимой добавкой к фазе — своего рода волновой аналог туннельного эффекта в квантовой механике. Вместе с тем, такие аномальные приходы могут оказаться слишком слабыми, чтобы быть выделенными на фоне шумов в эксперименте.

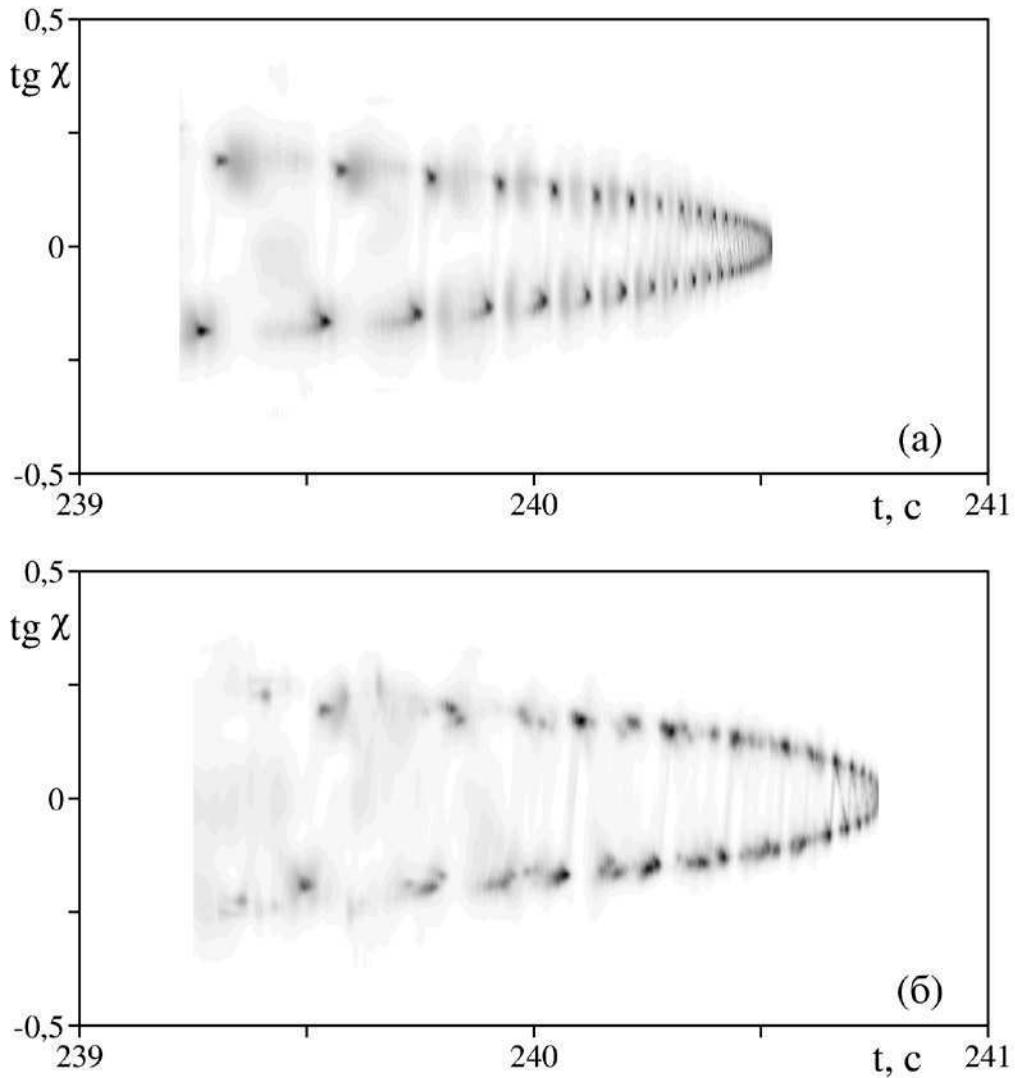


Рисунок 9.2 – Карта плотности углового распределения  $\rho(p,t)$  в отсутствие вихря (а) и в его присутствие (б).

Появление холодного синоптического вихря приводит не только к замедлению распространения сигнала вследствие уменьшения скорости звука, но и к нарушению упорядоченного расположения лучевых приходов (см. Рис.9.2б). Часть из них превращаются в кластеры из 3-4 и более близких приходов. Некоторые приходы в ранней части принимаемого сигнала сильно размываются по углу, что связано с появлением многолучевости. Многолучевость связана с рассеянием звука на внутренних волнах, поэтому можно сделать вывод, что вихрь

способен усиливать этот процесс. Вместе с тем, и в присутствие вихря основная часть приходов хорошо укладываются на две регулярно расположенные ветви.

## 10 Форма атомных линий металлов при сонолюминесценции, ее связь с параметрами кавитационного коллапса и химическим окружением металла

### 10.1 Эффект поверхностно-активных свойств раствора

Нами были проведены спектральные исследования СЛ водных растворов 5 М NaCl и 0,005 М додецилсульфата Na (SDS, является поверхностно-активным веществом - ПАВ) при облучении ультразвуком 20 кГц. Известно, что яркость линии Na в растворах малых количеств поверхностно активных соединений очень высока, как принято считать, из-за высокой концентрации ионов Na у поверхности пузырька. Результаты показали заметное сужение линии, полученной в растворе SDS. С целью исследовать влияние поверхностно активных свойств раствора на профиль линии других щелочных металлов мы измерили спектры водных растворов, содержащих смесь SDS и хлоридов K и Li. Добавление незначительных количеств этих солей в раствор SDS сопровождается реакциями ионного обмена. В таких смесях ионы Li и K будут концентрироваться на поверхности пузырьков. В спектрах полученных растворов профиля линий Li и K оказались также значительно уже, чем в растворах хлоридов, не имеющих поверхностно активных свойств (рис. 10.1).

Спектры, представленные здесь и ниже, измерены при высоком разрешении (спектральная ширина щели монохроматора 0.26 нм) вблизи линий металлов.

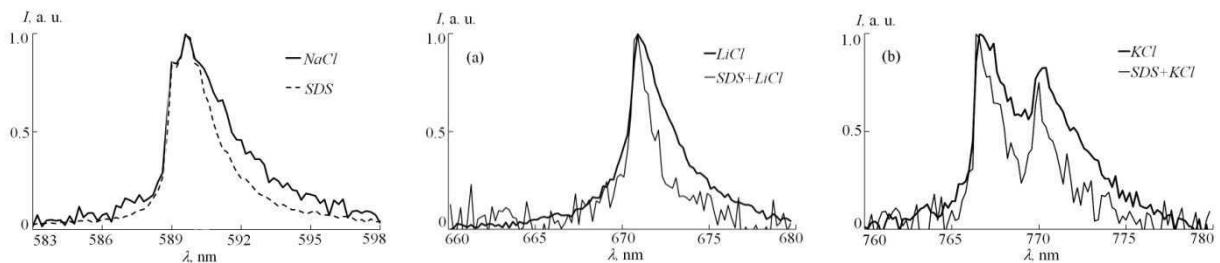


Рисунок 10.1 – Линии щелочных металлов в спектрах СЛ водных растворов хлоридов и растворов с поверхностно-активными свойствами

Одним из возможных объяснений является низкая энергия связи атома металла в молекулах ПАВ, что приводит к облегчению процессов диссоциации и, согласно модели, сдвигу начала свечения в более низкие плотности, что отражается на форме линии.

Эксперимент также показал нечувствительность ширины линий к энергии диссоциации молекулы в ряду галогенидов щелочных металлов. Этот результат не согласуется с принятой

моделью, когда излучение происходит из газовой среды изнутри кавитационного пузырька, скорее поддерживая эмиссию из перегретого слоя у границы пузырек/жидкость.

## 10.2 Эффект частоты ультразвукового облучения

Исследование СЛ водных растворов 0,005 М SDS и 2 М NaCl для различных частот ультразвукового облучения обнаружило (1) сужение линии металла при повышении частоты в обоих случаях и (2) изменение формы линии. При этом на всех частотах линия Na в спектрах раствора додецилсульфата Na заметно уже по сравнению с линией, измеренной в растворе хлорида Na. Одновременно в обоих растворах наблюдалось сходное изменение формы линии: на высоких частотах линия была более узкая и имеет выраженную узкую компоненту, тогда как на низких - линия заметно шире, и в ней преобладала широкая компонента (Рис.10.2).

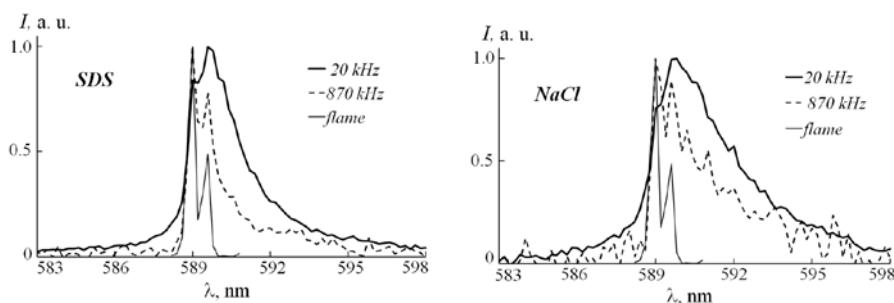


Рисунок 10.2 – Эффект частоты ультразвукового облучения на форму линия Na в спектрах СЛ водных растворов NaCl и SDS

В Табл.10.1 приведены параметры модельных расчетов для экспериментальных результатов, представленных на Рис.10.2. Здесь и далее  $n_{min}$ ,  $n_{max}$  - границы диапазона плотности высвечивания металла,  $d$  - доля узкой компоненты в спектре,  $z$  - параметр, отвечающий за наклон кривой плотности в течение фазы высвечивания металла. Случай  $z>1$ - плотность растет с ускорением.

Таблица 10.1 Диапазон плотности излучения металлов при СЛ

	$z$	$n_{min}$ , Амг <sup>*</sup>	$n_{max}$ , Амг <sup>*</sup>	$d$ , %
NaCl, 20 кГц	1,21	33	300	2,0
NaCl, 870 кГц	1,09	1	280	9,1
SDS, 20 кГц	1,85	32	270	5,1
SDS, 870 кГц	1,82	12	330	24,1

На частоте 20 кГц диапазон плотности свечения широкой компоненты линии Na составляет ~ 30 – 300 Амг. Доля узкой компоненты выше в растворе SDS. Для 870 кГц свечение начинается при более низких плотностях, при этом, значительно вырастает вклад узкой компоненты линии,

особенно в случае раствора SDS. Сходные изменения при увеличении частоты для линии K наблюдали другие авторы (Choi P.-K., Abe S., Hayashi Y. J. Phys. Chem. B. 2008). Обработка их спектров с помощью нашей модели дало увеличение доли узкой компоненты линии K от 2% для 28 кГц до 30% для 1 МГц, что согласуется с нашими результатами для линии Na. Параметр z в обоих растворах почти не изменяется с частотой (Табл.10.1), что, вероятно, означает, излучение на схожей временной фазе коллапса. Заметим, что плотностные диапазоны излучение металла и континуума СЛ (финальная точка сжатия - плотность растет с замедлением) лежат на различных отрезках временной шкалы коллапса. Излучение металла происходит в более широком диапазоне и при более низких плотностях.

Возможным объяснением частотной зависимости является различие в динамике пузырьков. На низкой частоте пузырьки крупные с нестабильной поверхностью. На высокой частоте пузырьки имеют меньший размер, подвержены менее интенсивным и более сферичным пульсациям, так как капиллярные силы поддерживают стабильность формы поверхности. Это препятствует попаданию металла внутрь пузырька вместе с микрокаплями раствора при принятому механизму "microdrop injection", что может быть причиной подавления широкой компоненты линии в спектре металла.

Наличие узкой и широкой компонент говорит о неоднозначности механизмов излучения металлов при СЛ. Экспериментально показано, что излучение металла и континуума СЛ происходит из разных популяций пузырьков. Эмиссия Na имеет отношение, в основном, к «химически-активным пузырькам», которые располагаются в зонах кавитационного облака с меньшей плотностью звуковой энергии (вдали от горна излучателя для низкой частоты, что можно наблюдать на Рис.10.3, либо в узлах стоячей волны для высокой частоты).



Рисунок 10.3 – Фотография многопузырьковой СЛ в насыщенном аргоном 5 М растворе NaCl.

Частота ультразвука 20 кГц, мощность 40 Вт. Оранжевое пятно, которое располагается на расстоянии ~5 мм от поверхности излучателя, представляет свечение электронно-возбужденного атома Na

В противоположность, «сонолюминесцентные» пузырьки, излучающие континуум, подвергаются интенсивным пульсациям возле горна либо в пучностях стоячей звуковой волны. Процессы в «сонолюминесцентных» пузырьках отличаются большей энергией, более высокими пиковыми температурами и плотностями. Возможно, одной из причин частотной зависимости является то, что на высокой частоте в пузырьках, подверженных более «спокойным» пульсациям создаются условия для «низкоплотного» излучения Na.

Причины различия в форме линии в спектрах растворов NaCl и SDS могут быть следующие. Для раствора SDS параметр  $z$  больше (Табл.10.1), что означает большую кривизну хода плотности. Из этого можно предположить, что в случае раствора SDS относительно большая часть излучения будет происходить вблизи нижней границы диапазона плотностей  $n_{min}$ , если сравнивать с раствором NaCl. Доля родительской линии для SDS также выше, что может быть связано с большей эффективностью механизма, ответственного за излучение узкой компоненты. Хотя сам механизм не ясен, причинами более «низкоплотного» излучения Na в случае SDS могут быть:

- меньшее поверхностное натяжение;
- меньшая энергия связи атома Na в молекуле, что приводит к отрыву атома с последующим возбуждением-излучением при более мягких условиях (при низких плотностях);
- меньший размер пузырьков.

Известно, что кавитационные пузырьки в поверхностно активных растворах имеют заметно меньший размер (примерно втрое), чем в воде. Таким образом, и при повышении частоты ультразвука, и в поверхностно активных растворах мы наблюдаем тенденцию: более мелкие пузырьки излучают более узкую линию металла.

### 10.3 Линия Na в спектрах СЛ водных растворов ПАВ с различной длиной углеродной цепи

Обнаружена выраженная зависимость ширины линии Na и ее формы от длины углеродной цепочки растворенного ПАВ с общей химической формулой  $C_nH_{2n+1}SO_4Na$  ( $n=1, 12, 14$ , соответственно). Результаты показаны на Рис.10.4 для спектров СЛ водных растворов метилсульфата (SMS,  $n=1$ ), додецилсульфата (SDS,  $n=12$ ), тетрадецилсульфата (STS,  $n=14$ ), NaCl вместе со спектром в пламени. Ширина линии Na заметно меньше в растворе STS, чем SDS и SMS. Ширина линии в растворе NaCl наибольшая. В случае STS наблюдается хорошо выраженный узкий дублет, который слабо заметен на фоне уширенной линии в остальных спектрах. Таким образом, поверхностно активные вещества близкого состава, отличающиеся только длиной гидрофобной цепочки, значительно влияют на форму линии натрия при СЛ, а

именно увеличение гидрофобной цепи приводит к подавлению широкой компоненты линии и выделению узкой компоненты. Обнаружено уменьшение интенсивности "голубого спутника" в такой же последовательности.

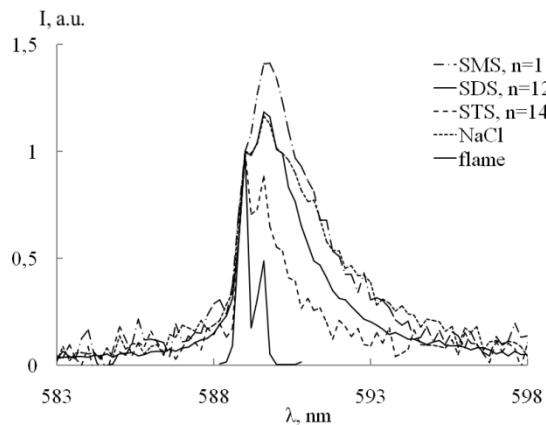


Рисунок 10.4 – Изменение формы линии Na в спектрах СЛ водных растворов ПАВ с различной длиной углеродной цепи

В Табл.10.2 показаны результаты моделирования для спектров на Рис.10.4.

Таблица 10.2 Диапазон плотности излучения Na

	$z$	$n_{\min}, \text{Amg}$	$n_{\max}, \text{Amg}$	$d, \%$
NaCl 5M	1.24	28	297	3.8
SMS 0.1 M	1.43	27	227	2.1
SDS 5 mM	2.18	35	281	5.5
STS 0.5 mM	2.60	32	429	16.2

Основной результат, что с увеличением длины молекулы ПАВ растет доля узкой компоненты  $d$ , диапазон плотности сдвигается в сторону больших значений, увеличивается кривизна кривой плотности  $z$ . Длинные молекулы (SDS, STS) сильнее притягиваются к поверхности благодаря большей длине их гидрофобной цепи, и образуют более широкий приповерхностный слой, повышая стабильность поверхности. Результат укладывается в предложенную тенденцию. Тем не менее для объяснения этого эффекта необходимы дальнейшие исследования.

## 11 Влияние пограничных слоев на эволюцию вихревых структур в океане и атмосфере

Крупномасштабные, синоптические и мезомасштабные потоки в ряде задач динамики океана и атмосферы с достаточным основанием можно считать квазидвумерными и для их исследования использовать уравнения вихря, описывающие движение жидкости в рамках баротропной или бароклинной модели во вращающейся системе координат. Обычно в таком приближении трение о подстилающую поверхность, а, следовательно, и влияние придонного или

атмосферного пограничных слоев учитывается самым простым способом – включением в уравнение вихря линейного члена, который в уравнениях движения соответствует релеевскому трению. Более корректный подход к выводу уравнений для осредненных по вертикали скоростей (или вихря) с учетом вертикальных профилей составляющих скорости потока в локально-точных решениях уравнений пограничного слоя (типа решений классической линейной задачи Экмана) показывает, что в уравнениях вихря появляются нелинейные члены, которые могут оказывать существенное влияние на структуру и эволюцию вихрей в океане и атмосфере. При этом необходимо учесть и значительную пространственную изменчивость основных характеристик пограничных слоев (параметров подстилающей поверхности, характерного вертикального масштаба, коэффициентов вязкости или турбулентности) в реальных условиях. В атмосферных вихрях типа циклонов над океаном процессы в пограничном слое атмосферы так же определяют источники завихренности.

Одним из основных результатов работы является вывод уравнения для завихренности с параметризацией эффектов пограничного слоя. При этом константы в линейных и нелинейных членах уравнения, связанных с пограничным слоем, являются интегральными параметрами для конкретной модели пограничного слоя (аналитической, полуэмпирической или численной) и могут быть заранее вычислены. Для примера здесь приведем уравнение вихря только для баротропной модели с классическими экмановскими профилями для компонент скорости, которое можно записать в виде:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (1+\alpha) J(\psi, \omega) = -\omega_* \omega - \beta [\omega^2 + (\nabla \psi \cdot \nabla \omega)] + P + \Phi_1 + \Phi_2 + F, \quad (11.1)$$

где  $\omega$  – завихренность,  $\psi$  – функция тока,  $\omega = \partial^2 \psi / \partial x^2 + \partial^2 \psi / \partial y^2$ ,  $u = -\partial \psi / \partial y$ ,  $v = \partial \psi / \partial x$  – компоненты вектора скорости течения вдоль осей  $x$  и  $y$ ,  $\nabla$  – оператор градиента;  $J(\psi, \omega) = \partial \psi / \partial x \cdot \partial \omega / \partial y - \partial \psi / \partial y \cdot \partial \omega / \partial x$  – оператор Якоби;  $F$  – функция для источника (форсинг). Член  $P = -\left(\frac{\omega \alpha_1}{\delta} + \frac{\mu g_1}{H \delta^2}\right) J(\psi, \delta) + \left(\frac{\omega \beta_1}{\delta} + \frac{\mu g_2}{H \delta^2}\right) (\nabla \psi \cdot \nabla \delta)$

представляет эффект пространственной изменчивости экмановского масштаба высоты  $\delta$ .

$\alpha, \beta, \alpha_1, \beta_1, g_1$  и  $g_2$  – константы, определяемые интегралами от безразмерных профильных функций и их производных, и зависящие от соотношения масштабов высоты пограничного слоя  $\delta$  и глубины  $H$  всего слоя жидкости и параметра Кориолиса (число Экмана),  $\mu$  – вязкость,  $\omega_* = (\mu g_1 / H \delta)$  – коэффициент линейного трения. В (11.1) члены  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  содержат большое число слагаемых и здесь не приводятся, отметим только, что  $\Phi_1$  представляет пространственную изменчивость характеристик трения о поверхность, а в член  $\Phi_2$  в правой части (11.1) входят произведения и вторые степени производных, вторые и смешанные производные высоты  $\delta$ .

В литературе известны единичные попытки получить уравнение вихря с нелинейным трением, но (11.1), как представляется, обобщает результаты этих попыток, а подход для расчета всех членов оказывается довольно гибким и позволяет использовать профильные функции из любой модели пограничного слоя для расчета его интегральных параметров.

Для модели перемешанного (конвективного) пограничного слоя реализован вариант модели, в которой используется эволюционное уравнение для высоты пограничного слоя (высоты инверсии температуры или плотности), а уравнение вихря в слоях свободной атмосферы записывается как обычно для квазидвумерных моделей, но с изменяющейся во времени и пространстве высотой нижней границы, которая определяется дивергенцией потоков в пограничном слое, прямо зависящих от поля течений в слое выше него в соответствие с известными решениями для экмановских слоев ограниченной высоты.

В численных экспериментах уравнения моделей решались в квадратной области на равномерной сетке с числом узлов от 128 до 512x512 (1400км×1400км) с двойными периодическими граничными условиями, интегрирование по времени проводилось методом Адамса-Бэшфорта второго порядка. Уравнение Пуассона для функции тока решалось прямым методом с использованием модулей пакета FISHPACK. В численных расчетах в основном использовались конечноразностный метод четвертого порядка: схема Аракавы для якобианов с применением коррекции потоков и подавлением ложных экстремумов при адвекции. Реализованы и тестированы псевдо-спектральный и метод адвекции контуров.

При изучении эволюции циклонических вихрей в атмосфере над океаном в уравнения моделей включались члены, имитирующие источники завихренности, связанные с процессами конденсации влаги. В соответствие с двумя известными гипотезами о механизмах развития тропических циклонов реализованы два варианта:

- источник пропорционален экмановской накачке влажного воздуха из пограничного слоя в свободную атмосферу, т.е. завихренности
- источник пропорционален потоку тепла от поверхности океана, связанного с модулем ветра.

В численных расчетах по эволюции начального кольцевого вихря с типичными для тропического циклона на начальной стадии размером и интенсивностью показано, что структура вихревого образования и его интенсивность существенно зависят от того, как задается источник завихренности и от параметров пограничного слоя (Рис.11.1). Показано, что выбор параметров, характерных для атмосферного пограничного слоя над океаном в тропиках, приводит к развитию неустойчивости начального вихревого возмущения и возникновению мезовихрей. В дальнейшей эволюции развивается интенсивный циклон за время 3-5 суток, характерное для формирования реальных тропических циклонов.

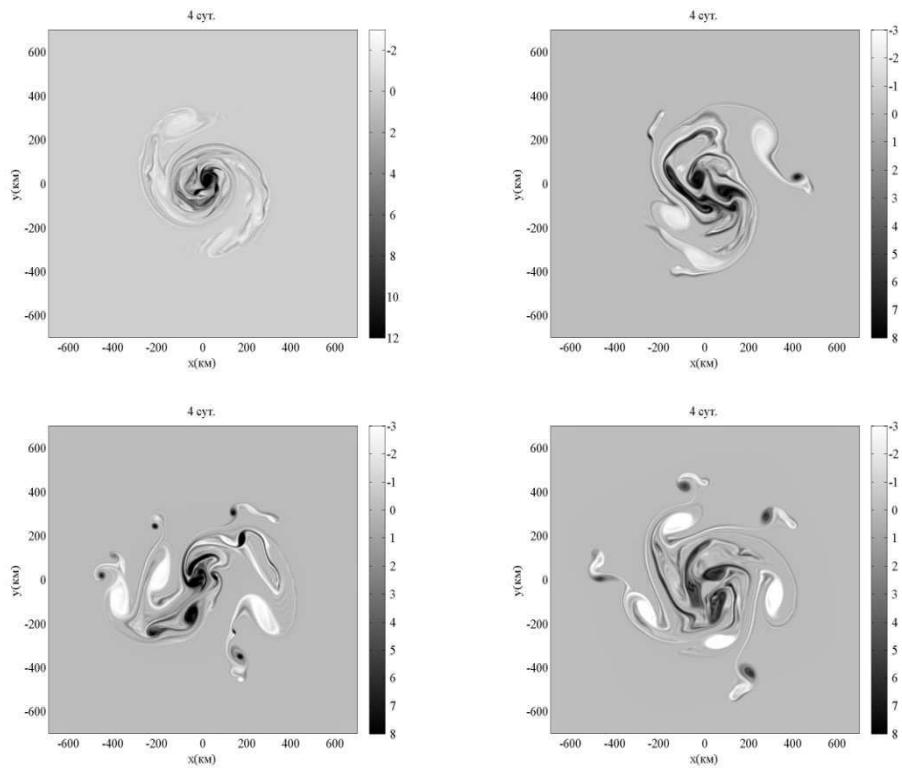


Рисунок 11.1 – Поле завихренности на 4-е сутки эволюции атмосферного кольцевого вихря типа тропического циклона с форсингом пропорциональным завихренности (верхние панели) и модулю ветра (нижняя панель) для линейного трения в пограничном слое (левые панели) и нелинейного (правые панели).

## 12 Новые численные и аналитические методы расчета звуковых полей в океане

### 12.1 Распространение звука в мелком море с подводными каньонами различной формы

Рассмотрим задачу расчета звукового поля в волноводе мелкого моря с неоднородностью дна (определенного в цилиндрических координатах поверхностью  $z=H(r,\theta)$ ) в виде подводного каньона, имеющего вид

$$H(r, \theta) \equiv H_0 + \frac{1}{r^2} H_1(\theta),$$

где  $H_0$  есть глубина моря, а функция  $H_1$  задается формулой

$$H_1(\theta) = \begin{cases} -\frac{\Delta H}{\beta} \theta + \Delta H, & 0 \leq \theta \leq \beta \\ \frac{\Delta H}{\beta} \theta + \Delta H, & -\beta \leq \theta \leq 0 \\ 0, & \text{в других случаях} \end{cases}$$

Рельеф дна в мелком море с подводным каньоном такого типа представлен на Рис.12.1. Звуковое поле точечного источника в таком волноводе может быть представлено в виде модового разложения

$$P(r, \theta, z) \approx \sum_{l=1}^M A_l(r, \theta) \phi_l(z)$$

где  $\phi_j(z, x)$  суть модовые функции невозмущенного волновода (т.е. волновода с плоским дном постоянной глубины  $z = H_0$ ):

$$\begin{cases} (\gamma \varphi_{jz})_z + \gamma \frac{\omega^2}{c^2} \varphi_j = \gamma k_j^2 \varphi, \\ \varphi_j \Big|_{z=0} = 0, \\ \varphi_j \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0, \\ \gamma \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \Big|_{z=h-0} = \gamma \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} \Big|_{z=h+0}, \end{cases}$$

а  $A_j(x, y)$  суть модовые амплитуды. Подставляя модовое разложение в трехмерное уравнение

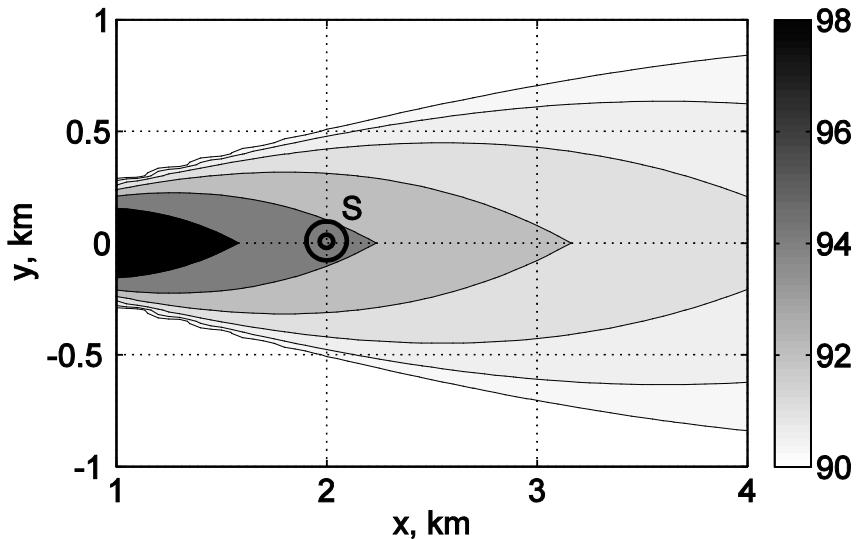


Рисунок 12.1 – Волновод мелкого моря с неоднородностью дна в виде расширяющегося подводного каньона.

Гельмгольца, и выполняя скалярное умножение на  $\varphi_j(z, x)$ , получаем уравнения горизонтальной рефракции для модовых амплитуды  $A_j(x, y)$ :

$$\frac{1}{r} (r A_{j,r})_r + \frac{1}{r^2} A_{j,\theta\theta} + k_j^2 A_j + \frac{H_1 B_{jj}}{r^2} A_j = -\frac{\delta(r-r_s)\delta(\theta)\phi_j(z_s)}{r\rho(z_s)} \quad (12.1)$$

Уравнение (12.1) может быть решено методом разделения переменных. При этом собственные

значения функции в (12.1) относительно угловой координаты находятся из решения матричной спектральной задачи, а соответствующие им функции относительно  $r$  суть функции Бесселя и Ханкеля (в том числе мнимого индекса). Результаты расчета звукового поля в мелком море с расширяющимся подводным каньоном, выполненные этим способом, представлены на Рис.12.2.

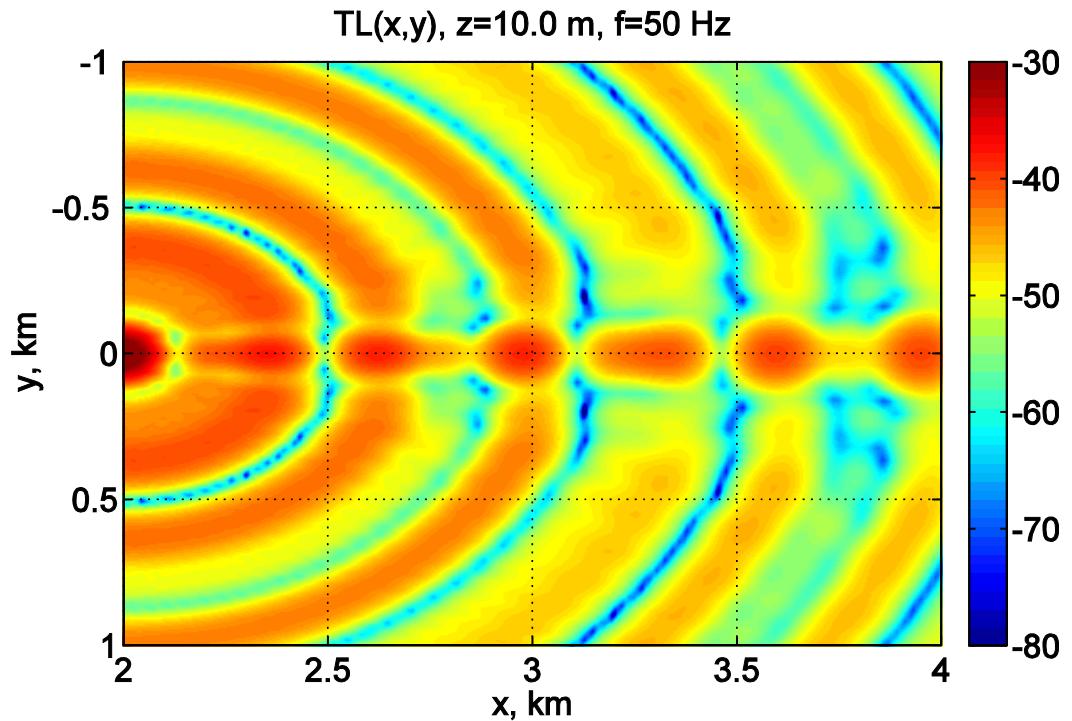


Рисунок 12.2 – Потери на распространение  $TL(x,y)$  (dB) для звукового поля в плоскости  $z=z_s$ .

Наблюдается канализация звука над расширяющимся подводным каньоном.

С помощью аналогичного модового представления для звукового поля в декартовых координатах нами также решена задача распространения гармонического звука в волноводе мелкого моря с неоднородностью дна в форме прямого подводного каньона постоянного сечения, т.е. обладающего трансляционной симметрией вдоль оси  $x$  (при этом дно как и прежде считается проницаемым). В этом случае модовые амплитуды могут быть выражены в терминах гипергеометрических функций, которые обращаются в полиномы для дискретного спектра, т.е. для звуковых волн, захваченных подводным каньоном. Таким образом, мы вновь имеем аналитическое выражение для звукового давления (в адиабатическом приближении) в волноводе с трехмерной неоднородностью дна, с помощью которого легко построить, например, график потерь на распространение. Такой график для горизонтальной плоскости, в которой находится источник звука, построен на Рис.12.3. Данное решение показывает, что при распространении вдоль подводного каньона звук, испытывая горизонтальную рефракцию, канализируется в нем.

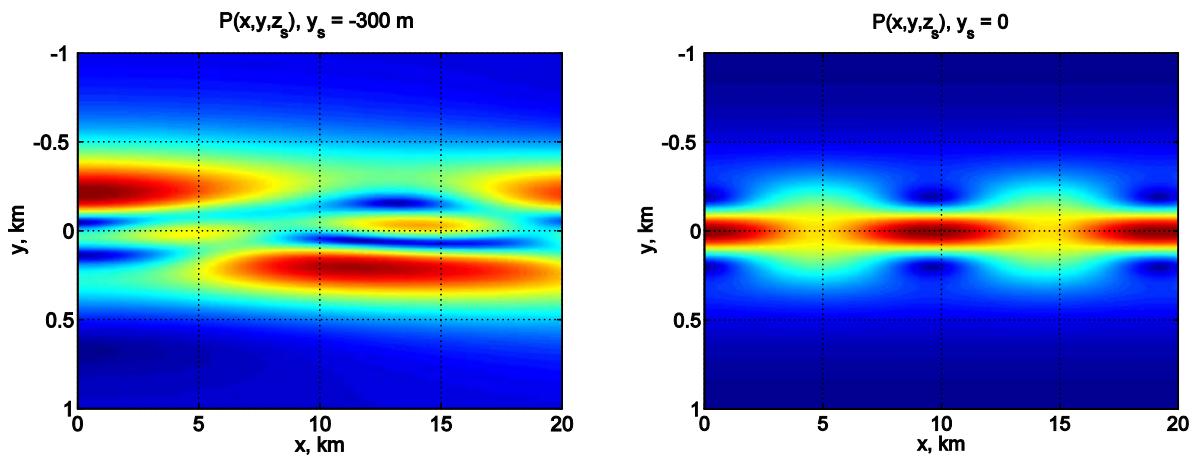


Рисунок 12.3 – Контурные графики потерь на распространение на горизонте источника в мелком море с прямым подводным каньоном в случае, когда источник смешен относительно оси каньона (слева) и в случае, когда он находится точно на оси каньона (справа).

## 12.2 Итеративные параболические аппроксимации для нелинейного уравнения Гельмгольца в среде Керра

По предложению анонимного рецензента одной из наших предыдущих работ нами было выполнено обобщение теории итеративных параболических аппроксимаций на случай нелинейной среды. Нами были выведены широкоугольные параболические уравнения, описывающие распространение нелинейных волн в средах Керра. Решения полученных уравнений составляют широкоугольную параболическую аппроксимацию решения нелинейного уравнения Гельмгольца в среде Керра. Уравнения образуют итеративную систему, где правая часть  $n$ -го уравнения представляет собой степенную функцию от решений 1,2,..., $n$ -1-го уравнений. Полученные уравнения использованы для расчета распространения непараксиальных солитонов (аналитические решения нелинейного уравнения Гельмгольца), было показано, что использование итеративных параболических аппроксимаций обеспечивает существенно более высокую точность решения задачи по сравнению со стандартным уравнением параксиального распространения волн в нелинейной среде (нелинейным уравнением Шредингера). Показано, что имеет место равномерная сходимость итеративных параболических аппроксимаций к соответствующему решению нелинейного уравнения Гельмгольца – непараксиальному солитону (см., например, Рис. 12.4). В отличие от линейного случая, для которого широкоугольные параболические уравнения впервые были впервые предложены еще в 70-е годы, теория широкоугольных параболических аппроксимаций для нелинейных сред до сих пор разработана не была. В этом смысле наши результаты имеют высокую степень научной новизны и открывают новые возможности для решения прикладных задач.

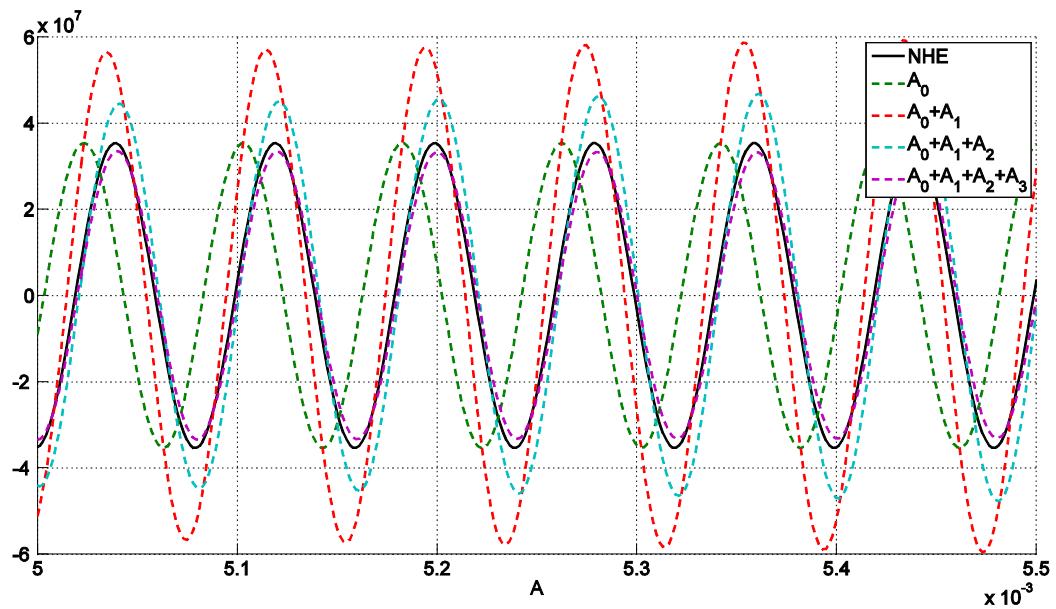


Рисунок 12.4 – Решение нелинейного уравнения Гельмгольца (непараксиальный солитон, черная сплошная линия) уравнения и его широкоугольные параболические аппроксимации различных порядков (пунктирные линии, см. легенду).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатом проделанной работы являются экспериментальные натурные и лабораторные исследования, а также аналитические и численные модели гидродинамических и акустических линейных и нелинейных процессов в океане.

### **Раздел 1**

Введена концепция лагранжевых фронтов в океане и разработан численный метод их обнаружения в альтиметрическом поле скорости по локальным максимумам градиентов лагранжевых индикаторов, главным образом, градиентов смещений пассивных частиц. Создана база данных с ежесуточными синоптическими картами различных лагранжевых характеристик в северо-западной части Тихого океана с нанесением на них величин и мест максимальных уловов сайры в регионе по данным Госкомрыболовства по сайровым путинам. Проведен анализ гидрологических условий в для сезонов с развитыми первой и второй ветвями Оясио. Установлена статистически значимая корреляция лагранжевых фронтов с местами, благоприятными для промысла сайры.

На базе теории нелинейных динамических систем и хаоса изучено влияние синоптических вихрей на расходы через проливы между Беринговым морем и Тихим океаном. Показано, что поверхностный поток южного направления через Камчатский пролив демонстрирует сезонную изменчивость: он максимальен между ноябрем и апрелем и минимальен в июне – сентябре. Это объясняется временными изменениями напряжения ветра в регионе. Межгодовые изменения этого потока статистически значимо коррелируют с втоком воды через пролив в Берингово море. Интенсификация продолжения Аляскинского течения сопровождается интенсификацией вtokа воды через Пролив Ближний в Берингово море. В летнее время картина потока в Камчатском проливе определяется циклоническими и антициклоническими мезомасштабными вихрями. Эти вихри формируются в центральной и западной частях Берингова моря под воздействием вихря ветра в зимне-весенний период.

В рамках вихреразрешающей многослойной региональной численной модели циркуляции океана проведен трехмерный лагранжев анализ вертикальной структуры глубоководных вихрей в Японской котловине Японского моря. Показано, что вертикальная структура типичных топографически обусловленных антициклонических вихрей модели эволюционирует в течение года. В теплое время года такой вихрь проявляется в глубинных слоях, но не на поверхности, тогда как осенью он достигает поверхности. Это объясняется нелинейностью вихря, характеристиками пикноклина в зависимости от сезона и особенностями топографии дна. Этот результат подтверждается также расчетом деформаций модельных слоев вдоль зональных и меридиональных разрезов и их сравнением с соответствующими температурными разрезами реального вихря в указанном регионе. Данные гидрофизических разрезов таких вихрей в море и

натурных измерений на заякоренных станциях хорошо согласуются с результатами численного моделирования.

Исследовались долгоживущие мезомасштабные вихри, регулярно наблюдаемые с океанической стороны Курильских островов и оказывающие существенное влияние на океанографическую обстановку и рыбный промысел. Лагранжевыми методами подробно изучался антициклонический вихрь «Буссоль», съемка которого проводилась в 56 рейсе НИС «Профессор Гагаринский» в конце июня 2012 г. Разработана лагранжева методика идентификации вихрей в альтиметрическом поле скорости и их взаимодействия с окружением. С помощью лагранжевых индикаторов и их карт исследованы происхождение, структура, эволюция, обмен водой и распад вихря «Буссоль». Результаты моделирования подтверждаются СТД данными съемки вихря и буев Арго, а также треками поверхностных дрифтеров. Впервые с помощью треков дрифтеров показано существование особых гиперболических точек в реальном океане, к которым вода приближается по одним направлениям и удаляется по другим.

## **Раздел 2**

В настоящем разделе на основе данных численного моделирования раскрыты особенности климатической изменчивости циклонического круговорота вод Японского моря, вызванной атмосферным воздействием в период с 1948 по 2009 гг. Установлено, что характерные временные масштабы интенсификации-ослабления этого круговорота связаны с периодами 3, 4 и 5 лет, а на декадных временных масштабах выявлена его значительная интенсификация на интервале с 1948 по 1965 гг., после которого вплоть до начала 2000 года наблюдается период его значительного ослабления.

На основе данные вихре-допускающего численного моделирования, установлено, что на шельфе о. Сахалин в зимне-весенний период Восточно-Сахалинское течение имеет значительную пространственную неоднородность, обусловленную вихревыми образованиями, которые формируются в ледовый период и регистрируются с марта до конца мая. Представлен анализ условий на восточном шельфе о. Сахалин, предшествующих формированию этих вихревых образований, а также даны оценки их пространственно-временных масштабов.

## **Раздел 3**

В ходе натурных наблюдений на гидрофизическом полигоне ТОИ ДВО РАН в Японского моря осенью 2012 года был зарегистрирован ограниченный по пространству внутренний волновой бор со значительной крутизной переднего фронта, состоящий из набора высокочастотных пульсаций вертикальных смещений термоклина одного порядка с высотой, на которой он располагается в прибрежных водах. Установлено, что возвышения квазисолитонов, зарегистрированных на полигоне, удовлетворяют приближённому соотношению  $\alpha h c_0^{-1} \approx \alpha_1 h^2 c_0^{-2}$ , т.е. квадратичное и кубичное слагаемые в уравнении (1) одного порядка.

Идентификация зарегистрированного внутреннего волнового бора, выполненная с использованием расширенной версии уравнения КdВ, включающей наряду с квадратичным ещё и кубичный нелинейные члены, показала, что солитоны зарегистрированного ВВБ имеют форму и параметры близкие к параметрами солитонных решений расширенного уравнения КdФ с амплитудами близкими к предельной амплитуде столо-образных солитонов для фоновых гидрологических условий, сложившихся в октябре 2012 года в прибрежной зоне Японского моря.

Вместе с тем волновой бор, зарегистрированный 19 октября, имеет ряд особенностей, объяснение которым затруднительно в контексте предложенной гидродинамической модели. Среди них: (i) в лидирующей группе ВВБ больше одного солитона; (ii) по мере распространения амплитуды у солитонов из этой группы остаются стабильными, а в зоне релаксации энергия пульсаций растёт; (iii) согласно гидродинамической модели, основанной на уравнении (1) зона релаксации ВВБ должна расширяться со временем. Однако в наших наблюдениях эта зона остаётся стабильной.

#### **Раздел 4**

Рассмотрена многокомпонентная конвекция в горизонтальном слое жидкости, в слабо-надkritическом режиме в случае больших чисел Рэлея. С помощью метода многомасштабных разложений выведены системы амплитудных уравнений для различных частных случаев конвекции. Так, получено семейство уравнений CGLE типа, описывающее формирование горизонтальных конвективных структур в условиях взаимодействия с полем горизонтальной завихренности и медленного вращения системы. Для выведенных систем уравнений разработаны численные модели на основе современных ETD (Exponential Time Difference) методов и осуществлена их программная реализация. Численное моделирование позволило выявить особенности возникающих в системе структур. Развит общий подход к моделированию структур во вращающихся системах с многокомпонентной конвекцией. Выведены амплитудные уравнения ABC типа, моделирующие порождаемую конвекцией вертикальную микроструктуру. Изучено влияние на адекватность описания микроструктуры таких факторов, как учет членов более высокого порядка в уравнениях, отказ от приближения Буссинеска, введения второй амплитуды, использование более сложных граничных условий на границах слоя.

Рассмотрена двумерная термохалинная конвекция в бесконечном по горизонтали слое воды при больших числах Рэлея. Для решения типа нормальной моды сформулирована задача на собственные значения с граничными условиями общего вида на границах. Методом многомасштабных разложений для этой задачи получены решения типа пограничного слоя и асимптотические оценки параметров, при которых нормальная мода теряет устойчивость. Критические числа Рэлея в пределе не зависят от фактической формы граничных условий, а

пограничные слои имеют характерную толщину порядка нескольких сантиметров в случае термохалинной конвекции. Разрабатываемые модели термохалинной конвекции являются новыми для их предметной области. Их отличие от имеющихся в мировой литературе аналогов заключается в систематическом использовании для вывода уравнений моделей современных асимптотических методов, а также в существенно трехмерной постановке исходных задач. Программная реализация разрабатываемых моделей осуществлена с использованием современных программных средств и численных методов.

Созданные математические модели систем с термохалинной конвекцией и пакеты прикладных программ на их основе могут быть использованы для решения научных и хозяйственных задач прогноза и мониторинга динамических процессов в океане, в частности, в зонах континентального шельфа, которые в последнее время привлекают повышенное внимание. Полученные результаты позволяют глубже понять особенности процессов тепло- массопереноса в океане и атмосфере, существенным образом влияющие на климат и миграцию разнообразных примесей.

## **Раздел 5**

В этом разделе были рассмотрены несколько моделей сингулярных и распределенных вихревых систем. Были выявлены характерные особенности движения вихревых структур и связанные с ними эффекты хаотического транспорта и перемешивания захваченной жидкости.

В модели движения трех вихрей в двухслойном океане получены условия существования стационарных (трансляционных и ротационных) коллинеарных состояний. Показано, что малые возмущения приводят к появлению периодических колебаний вихрей относительно невозмущенных положений. Проведена классификация возможных движений. Показана возможность возникновения хаотических режимов в индуцированных полях скоростей при достаточно малых возмущениях стационарных конфигураций.

Исследована роль хаотической адвекции и турбулентной диффузии в формировании распределения примеси в поле скоростей индуцированном эллипсоидальными (дипольными) вихревыми структурами, взаимодействующими с нестационарным деформационным внешним потоком. Несмотря на то, что вертикальная диффузия в океане на много порядков меньше, чем горизонтальная, показано, что она играет существенную роль в процессе выноса жидкости из ядра вихря. Сравнение стационарного режима, с неподвижным ядром вихря и колебательного режима показало, что вертикальная компонента турбулентной диффузии существенно влияет на вынос массы из ядра вихря в нестационарном случае. Второй значимый эффект состоит в том, что в нестационарном случае, отношение дисперсий концентрации частиц вдоль горизонтальных осей эллипсоида на начальном этапе увеличивается, а после заполнения зоны рециркуляции уменьшается. Такое распределение приводит к большей устойчивости ядра вихря.

В задаче о паре вихрей произвольной интенсивности в двухслойной модели океана показана возможность стационарных состояний при взаимодействии с неоднородным стационарным фоновым потоком. В случае нестационарного фонового потока стационарные состояния разрушаются и формируются новые структуры характерные для нелинейной динамики. Мы показали, что при определенных параметрах фонового потока и возмущения вихри в окрестности положения равновесия могут подвергаться параметрической неустойчивости, что приводит к большим колебаниям их положения, ограниченных областью большой нелинейности. При этом, мы показали, что параметрическая неустойчивость не влияет на хаотизацию траекторий вихрей в окрестности сепаратрисы.

## **Раздел 6**

Проведено асимптотическое исследование системы нелинейных параболических уравнений, описывающих эволюцию осесимметричного медленного течения многослойной вязкой жидкости со свободной границей, созданного начальным рельефом границ слоев со скоростями, задаваемыми на нижней границе. Получено асимптотическое уравнение, связывающее движения поверхности и границы раздела слоев жидкости и скорости на нижней границе на больших временах. Построены модельные поля скоростей в коре крупномасштабных кольцевых структур на Луне. Построена численная модель двухфазной флюидонасыщенной среды с вязким слабосжимаемым скелетом для исследования зоны перехода океан-континент. Получены модельные расчеты при различных краевых условиях. Как показывают результаты, учет сжимаемости приводит к тому, что в поле максимальных скальвающих напряжений появляются дополнительные субгоризонтальные зоны повышенных значений, связанные с расширением скелета под влиянием нагнетающегося флюида.

Разработана комплексная численная модель тонкого многослойного пласта переменной мощности, лежащего на вязком слое, которая соединяет в себе уравнения Рейнольдса с уравнениями Стокса для двух- и трехмерного вариантов. С помощью метода малого параметра получено асимптотическое уравнение, которое использовалось в качестве дополнительного ограничения на искомое решение. Использование этого ограничения позволяет получить хорошее приближение для скоростей на больших временах без использования каких-либо уточняющих итерационных процедур.

На основе уравнений Рейнольдса и Стокса разработана комплексная численная модель, описывающая эволюцию медленного вязкого течения в расчетной области, включающей в себя относительно толстый слой вязкой жидкости и многослойный вязкий пласт на его поверхности. Использование асимптотического условия позволило вести счет с более крупным шагом по времени и получить численное решение с хорошей точностью, тем самым существенно сокращая вычислительные затраты. Получены модельные расчеты, которые

показали существенную перестройку поля скоростей в поверхностном пласте на больших временах.

### **Раздел 7**

В ходе выполненных исследований удалось решить ряд задач, связанных с проявлениями газовых включений в осадках, и предложить новые методы диагностики этих образований. Полученные патенты позволяют надеяться на применение результатов исследований при проведении подводных гидротехнических работ, разведке подводных месторождений газогидратов, при диагностике утечек подводных трубопроводов, в частности для специфических условий – мест расположения буровых платформ на шельфе о-ва Сахалин.

### **Раздел 8**

Математическое моделирование распространения акустических сигналов в мелком море в настоящее время является неотъемлемой частью решения таких важных практических задач как сейсморазведка или мониторинг антропогенных шумов на различных акваториях. В настоящем исследовании получил дальнейшее развитие такой метод моделирования распространения звука, как метод модовых параболических уравнений, который может эффективно применяться в актуальных задачах, упомянутых выше, а также в любых других задачах, где возникает волноводное распространение. Рассмотрено распространение монохроматических звуковых волн в мелком море в произвольном трехмерном волноводе в высокочастотном приближении. Методом многомасштабных разложений выведены: 1) Модовые параболические уравнения с учетом резонансного взаимодействия мод; 2) Лучевые модовые параболические уравнения. Выполнены тестовые вычисления для клиновой бенчмарки ASA, показавшие вычислительную эффективность и хорошую точность полученных уравнений для практических нужд.

Разработанные модели распространения звуковых волн в океане являются новыми для их предметной области. Их отличие от имеющихся в мировой литературе аналогов заключается в систематическом использовании для вывода уравнений моделей современных асимптотических методов в сочетании с существенно трехмерной постановкой исходных задач.

Созданы пакеты прикладных программ (на языках MATLAB и C++) для моделирования трехмерных акустических полей в океане, порождаемых как тональными, так и импульсными источниками, в которых реализованы методы модовых параболических уравнений, как в случае резонансного взаимодействия мод, так и в случае лучевого подхода. Эти пакеты программ активно используются при анализе экспериментальных данных по акустическому мониторингу и планировании акустических экспериментов в дальневосточных морях России.

### **Раздел 9**

Рассмотрена задача о рассеянии звука на синоптических вихрях в океане в режиме лучевого хаоса. Показано, что искажение профиля скорости звука, обусловленное вихрем, усиливает

рассеяние определенных пучков лучей на внутренних волнах. Получены формулы, позволяющие идентифицировать модовые импульсы, соответствующие таким пучкам. Эти модовые импульсы выделяются на фоне остальных значительно увеличенной длительностью. Данное обстоятельство может быть использовано для получения дополнительной информации при акустической томографии.

Представлен новый алгоритм вычисления углового спектра импульсных сигналов. Он основан на использовании преобразования Хусими и может быть реализован с помощью короткой вертикальной антенны, состоящей из ненаправленных гидрофонов. Получена диаграмма принимаемого сигнала в плоскости «время прихода - угол прихода». Данный метод применен для модели подводного звукового канала в Японском море. Отдельное внимание уделено рассеянию звука на холодном синоптическом вихре, расположенному вдоль трассы волновода. Показано, что синоптический вихрь приводит к расщеплению лучевых приходов на кластеры с близкими углами и временами прихода. Также обнаружено, что угловая структура акустического поля в Японском море является достаточно регулярной. В ней хорошо выделяются две ветви, соответствующие положительным и отрицательным углам прихода. Влияние случайных флюктуаций скорости звука, обусловленных внутренними волнами, значительно усиливается в присутствие синоптического вихря вдоль трассы. Кроме того, стоит упомянуть присутствие аномальных приходов, занимающих положение между хорошо сфокусированными по времени и глубине приходами лучей.

## **Раздел 10**

Систематические исследования сонолюминесценции (СЛ) водных растворов галогенидов и поверхностно-активных соединений щелочных металлов показали ряд новых эффектов, способствующих более глубокому пониманию процессов, связанных с динамикой кавитационного коллапса и механизмами излучения атомных линий металлов при СЛ. Обнаружено, что поверхностно-активные свойства раствора приводят к сужению профиля линий щелочных металлов в спектрах СЛ, по сравнению с растворами чистых галогенидов. Эффект объяснен, в частности, низкой энергией связи атома металла в молекулах поверхностно-активных соединений (ПАВ).

Обнаружена зависимость формы линии металла от частоты ультразвука. На высокой частоте наблюдается подавление широкой компоненты линии, излучаемой из высокоплотной среды внутри пузырьков, и выделение узкой несмещенной компоненты, особенно заметно в растворах поверхностно-активных соединений металла. Модельные расчеты показали, что увеличение частоты облучения дает смещение диапазона плотности высвечивания металла в течение кавитационного коллапса в сторону более низких значений и рост доли узкой компоненты линии, особенно существенно в случае ПАВ. Обнаружено различие формы линии Нав спектрах

СЛ водных растворов ПАВ с различной длиной гидрофобной цепи. Удлинение гидрофобной цепи приводило к уменьшению доли широкой компоненты линии и выделению узкой компоненты. Одновременно наблюдалось ослабление «голубого сателлита» - горба на коротковолновом склоне линии. Происхождение «голубых сателлитов» объясняют образованием эксимерных молекул по типу «щелочной металл-инертный газ», формирование которых возможно только в условиях высокой плотности, и которые, как принято считать, также ответственны за излучение широкой компоненты. Результаты позволили выявить тенденцию – уменьшение размера пузырьков и повышение стабильности их поверхности (как при повышении частоты ультразвука, так и при усилении поверхностной активности раствора) приводит к подавлению широкой компоненты линии. Полученные результаты объяснены в контексте динамики кавитационных пузырьков, и позволяют сделать вывод о существенно различных механизмах излучения широкой и узкой компонент линии при СЛ металлов.

## **Раздел 11**

Разработаны баротропная и двухслойная бароклинная численные модели динамики вихревых структур океана и атмосферы, в которых основные уравнения это уравнения переноса потенциальной завихренности с дополнительными членами, представляющие интегрально нелинейные эффекты планетарных пограничных слоев, с учетом горизонтальной изменчивости их основных характеристик. Для случая, когда пограничный слой представляется перемешанным слоем с непроницаемой границей на высоте инверсии плотности модели включают прогностическое уравнение для ее высоты и обычные уравнения вихря для свободной атмосферы. Программная реализация моделей выполнена с использованием конечноразностного метода четвертого порядка и псевдо-спектрального метода. Для модели с перемешанным слоем для потоков в свободной атмосфере реализован полулагранжев метод адвекции контуров с ускоренным вариантом алгоритма изменения топологии контуров. В численных экспериментах показано влияние различных параметризаций пограничного слоя в моделях на эволюцию вихревых структур синоптического масштаба, на развитие в них мезомасштабных вихрей.

## **Раздел 12**

Получена серия новых приближенных аналитических решений трехмерных задач рассеяния звука на неоднородностях дна в мелком море. Задачи решены в адиабатическом приближении, решения имеют вид модовых разложений, в которых выражения для модовых амплитуд имеют вид явных аналитических формул. Данные решения могут быть использованы при планировании и постановке натурных экспериментов по изучению таких явлений, как, например, горизонтальная рефракция звуковых волн на трехмерных неоднородностях дна. Также полученные решения могут

быть использованы для тестирования численных методов моделирования распространения звука в трехмерных геоакустических волноводах мелкого моря.

Выведена иерархия параболических аппроксимаций для линейного уравнения Гельмгольца. В случае однородного по трассе волновода установлена сходимость аппроксимаций к аналитическому решению уравнения Гельмгольца. Получены условия прозрачной границы, с помощью которых можно применять итеративные параболические уравнения к решению задач распространения волн в открытых волноводах мелкого моря. Разработана численная схема для решения системы итеративных параболических уравнений с условием прозрачной границы. Показана безусловная устойчивость этой численной схемы. Теория итеративных параболических аппроксимаций обобщена на случай нелинейного уравнения Гельмгольца. Нами показано, что полученные итеративные параболические аппроксимации могут быть с успехом использованы для моделирования непараксиальных эффектов распространения волн в нелинейных средах.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Список основных работ, опубликованных по теме исследований

- Баранов А.А., Пермяков М.С.* Полулагранжев метод адвекции контуров в задаче взаимодействия вихря с изолированной топографической особенностью на  $\beta$ -плоскости // Вычислительные методы и программирование. 2014. Т. 15. С. 621-630.
- Баранов А.А., Пермяков М.С.* Ускоренный алгоритм изменения топологии для метода адвекции контуров // Вычислительные методы и программирование. 2013. Т.14. С.75-86.
- Гордейчук Т.В., Казачек М.В.* Влияние частоты ультразвука на форму D-линии Na в спектрах сонолюминесценции водных растворов хлорида и додецилсульфата натрия // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 39. Вып. 23. С. 31-40.
- Гудименко А.И., Гузев М.А.* Об инвариантной форме записи закона сохранения массы // Дальневосточный математический журнал. 2014. Т.14, № 1. С.3-40.
- Дианский Н.А., Степанов Д.В., Гусев А.В.* Долгопериодная изменчивость циркуляции вод северной части Японского моря // Труды ГОИН. 2015. № 216. С. 104-122.
- Казачек М.В., Гордейчук Т.В.* Изменение формы атомных линий щелочных металлов в спектрах сонолюминесценции растворов поверхностно-активных соединений и галогенидов // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. Вып. 21. С.76-85.
- Константинов О.Г., Новотрясов В.В.* Поверхностные проявления внутренних волн на оптических изображениях видеосистемы берегового базирования // Известия РАН // Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49. № 3. С.334-338.
- Макаров Д.В., Коньков Л.Е.* Угловая структура акустических импульсов в горизонтально-неоднородном подводном звуковом канале // Техническая акустика. 2016. № 3. С. 1-8.
- Новотрясов В.В., Павлова Е.П., Пермяков М.С.* Внутренние приливные фронты в прибрежной зоне Японского моря // Метеорология и гидрология. 2015. № 2. С. 53-60.
- Пак В.В.* Численное исследование эволюции медленного течения неоднородной жидкости на больших временах //Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9, № 2. С. 207-217.
- Пак В.В.* Трехмерная совместная численная модель медленного течения вязкой жидкости // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. Т. 8, № 1. С. 71-80.
- Пак В.В.* Моделирование поля скоростей двухслойного течения вязкой жидкости и некоторые геофизические приложения // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2014. Вып. 1. С. 66-75.
- Пак В.В.* Асимптотическое исследование образования многокольцевой структуры в ползущем осесимметричном двухслойном течении с переменной толщиной слоев и некоторые геофизические приложения // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2014. № 4. С.95-108.

*Пак В.В.* Применение метода проекции градиента к численному решению совместной системы уравнений Стокса и уравнений Рейнольдса // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, № 1. С. 23-29.

*Пермяков М.С., Поталова Е.Ю.* Мезомасштабная структура тропических циклонов // Сб. статей «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса», 2013, ИКИ РАН, т.10, №1. С.72-80.

*Поталова Е.Ю., Пермяков М.С., Клецёва Т.И.* Мезомасштабная структура тропических циклонов в поле приводного ветра // Метеорология и гидрология. 2013. №11, С. 22-29.

*Праниц С.В., Будянский М.В., Улейский М.Ю.* Порядок в хаосе океанских течений // Природа. 2013. N3. С.3-13.

*Праниц С.В., Пономарев В.И., Будянский М.В. Улейский, М.Ю., Файман П.А.* Лагранжев анализ перемешивания и переноса вод в морских заливах. Известия РАН // Физика атмосферы и океана. 2013, том 49, № 1. С.91-106.

*Рутенко А.Н., Козицкий С.Б., Манульчев Д.С.* Влияние наклонного дна на распространение звука // Акустический журнал. 2015. Т. 61, № 1. С. 76-89.

*Рыжсов Е.А., Израильский Ю.Г., Кошель К.В.* Вихревая динамика жидкости вблизи границы с округлой выемкой // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 4. С. 477-483.

*Степанов Д.В.* Климатическая изменчивость циркуляции вод Японского моря во второй половине XX века // Вестник ДВО РАН. 2015. Вып. 6. С. 29-40.

*Степанов Д.В., Дианский Н.А., Новотрясов В.В.* Численное моделирование циркуляции вод центральной части Японского моря и исследование ее долгопериодной изменчивости в период 1958-2006 гг. // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 1. С. 84-96.

*Budyansky M.V., Goryachev V.A., Kaplunenko D.D., Lobanov V.B., Prants S.V., Sergeev A.F., Shlyk N.V., Uleysky M.Yu.* Role of mesoscale eddies in transport of Fukushima-derived cesium isotopes in the ocean // Deep Sea Research I. 2015. V. 96. P. 15-27.

*Gordeychuk T.V., Kazachek M.V.* Peculiarities of alkali-metals emission in sonoluminescence spectra // POMA - 2016. V.24. 045004.

*Guzev M.A., Izrailsky Yu.G, Koshel K.V., Dyskin A.V., Pasternak E.* The influence of multiple frequency perturbations on particle chaotization in a cell // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat. 2015. V. 23. P. 28–38.

*Klyatskin V.I., Koshel K.V.* Anomalous sea surface structures as an object of statistical topography // Physical Review E. 2015. V. 91. P. 063003.

- Koshel K.V., Ryzhov E.A., Zhmur V.V.* Effect of the vertical component of diffusion on passive scalar transport in an isolated vortex model // Physical Review E. 2015. V. 92. P. 053021.
- Koshel K.V., Ryzhov E.A., Zyryanov V.N.* Toroidal vortices over isolated topography in geophysical flows // Fluid Dyn. Res. 2014. V. 46, № 3. art.no. 031405.
- Koshel K.V., Sokolovskiy M.A., Verron J.* Three-vortex quasi-geostrophic dynamics in a two-layer fluid. Part 2. Regular and chaotic advection around the perturbed steady states // J. Fluid Mech. 2013, V.717. P.255-280.
- Kozitskiy S.B.* An Approach to the Modeling of Nonlinear Structures in Systems with a Multi-component Convection // Discontinuity, Nonlinearity and Complexity. 2015. V. 4, № 3. P. 323–331.
- Makarov D.V., Kon'kov L.E., Uleysky M.Yu., Petrov P.S.* Wave chaos in a randomly-inhomogeneous oceanic acoustic waveguide: spectral analysis of the finite-range evolution operator // Physical Review E. V 87, 012911 (2013).
- Maksimov A.O., Kaverin A.M., Baidakov V.G.* Heterogeneous Vapor Bubble Nucleation on a Rough Surface // Langmuir 2013. V. 29. Issue 12. P.3924–3934.
- Maksimov A.O., Polovinka Yu.A.* Time reversal technique for gas leakage detection // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 137, № 4. P. 2168–2179.
- Maksimov A.O., Polovinka Yu.A.* Volume oscillations of a constrained bubble // Physics of Fluids 2013. V. 25. No 6. 062104.
- Maksimov A.O., Yusupov V.I.* Coupled oscillations of a pair of closely spaced bubbles // European Journal of Mechanics B/Fluids. 2016. V. 60, № 6. P. 164-174. (0,5)
- Petrov P.S., Ehrhardt M.* On Mayfield's stability proof for the discretized transparent boundary condition for the parabolic equation // Applied Mathematics Letters. 2015. V. 44. P. 45–49.
- Petrov P.S., Petrova T.N.* Asymptotic solution for the problem of sound propagation in a sea with an underwater canyon // Journal of the Acoustical Society of America. 2014. V. 136, № 4. EL281-EL287.
- Petrov P.S., Petrova T.N., Monakhova A.S.* Adiabatic approximate solution for the problem of sound propagation in shallow sea with a broadening underwater canyon // Proceedings of Meetings on Acoustics (POMA). 2015. V. 24, № 1. art. no. 070004.
- Petrov P.S., Sturm F.* An explicit analytical solution for sound propagation in a three-dimensional penetrable wedge with small apex angle // Journal of the Acoustical Society of America. 2016. V. 139, № 3. P. 1343-1352.
- Polovinka Y.A., Maksimov A.O.* The peculiarities of the implementation of time reversal method for gas leakage detection on Sakhalin shelf // Proceedings of Meetings on Acoustics (POMA). 2015. V. 24, № 1. art. no. 070002.

- Prants S.V.* Backward-in-time methods to simulate chaotic transport and mixing in the ocean // *Physica Scripta*. 2015. V. 90. P. 074054.
- Prants S.V.* Dynamical systems theory methods for studying mixing and transport in the ocean // *Physica Scripta*. 2013. V. 87 art.no. 038115.
- Prants S.V., Lobanov V.B., Budyansky M.V., Uleysky M.Yu.* Lagrangian analysis of formation, structure, evolution and splitting of anticyclonic Kuril eddies // *Deep Sea Research I*. 2016. V. 109. P. 61-75.
- Prants S.V., Andreev A.G., Budyansky M.V., Uleysky M.Yu.* Impact of the Alaskan Stream flow on surface water dynamics, temperature, ice extent, plankton biomass and walleye pollock stocks in the eastern Okhotsk Sea // *J. Marine Systems*. 2015. V. 151. P. 47-58.
- Prants S.V., Andreev A.G., Budyansky M.V., Uleysky M.Yu.* Impact of mesoscale eddies on surface flow between the Pacific Ocean and the Bering Sea across the Near Strait // *Ocean Modelling*. 2013. V. 72. P. 143-152.
- Prants S.V., Andreev A.G., Uleysky M.Yu., Budyansky M.V.* Lagrangian study of temporal changes of a surface flow through the Kamchatka Strait // *Ocean Dynamics*. 2014. V. 64, № 6. P. 771-780.
- Prants S.V., Budyansky M.V., Uleysky M.Yu.* Identifying Lagrangian fronts with favourable fishery conditions // *Deep Sea Research I*. 2014. V. 90. P. 27-35.
- Prants S.V., Budyansky M.V., Uleysky M.Yu.* Lagrangian study of surface transport in the Kuroshio Extension area based on simulation of propagation of Fukushima-derived radionuclides // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2014. V. 21. P. 279-289.
- Prants S.V., Budyansky M.V., Ponomarev V.I., Uleysky M.Yu., Fayman P.A.* Lagrangian analysis of the vertical structure of eddies simulated in the Japan Basin of the Japan/East Sea // *Ocean Modelling*. 2015. V. 86. P. 128-140.
- Ryzhov E.A.* Irregular mixing due to a vortex pair interacting with a fixed vortex // *Physics Letters A*. 2014. V. 378, № 45. P. 3301-3307.
- Ryzhov E.A., Koshel K.V.* Steady and perturbed motion of a point vortex along a boundary with a circular cavity // *Physics Letters A*. 2016. V. 380. P. 896-902.
- Ryzhov E.A., Koshel K.V.* Parametric Instability of a Many Point-vortex System in a Multi-layer Flow Under Linear Deformation // *Regular & Chaotic dynamics*. 2016. V. 21, № 3. P. 1254-266.
- Ryzhov E.A., Koshel K.V.* Global chaotization of fluid particle trajectories in a sheared two-layer two-vortex flow // *Chaos*. 2015. V. 25. P. 103108.
- Ryzhov E.A., Koshel, K.V.* Two-point-vortex evolution in an oscillatory shear flow with rotation // *Europhysics Letters*. 2014. V. 108. art.no. 24002.
- Ryzhov E.A., Koshel K.V.* Interaction of a monopole vortex with an isolated topographic feature in a three-layer geophysical flow // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2013, v. 20(1). P.107-119.

- Ryzhov E.A., Koshel K.V.* Dynamics of a vortex pair interacting with a fixed point vortex // *Europhys. Lett.* 2013, V.102, art.no. 44004.
- Ryzhov E.A., Sokolovskiy M.A.* Interaction of a two-layer vortex pair with a submerged cylindrical obstacle in a two-layer rotating fluid // *Physics of Fluids*. 2016. V. 28. 056602.
- Sokolovskiy M.A., Koshel K.V., Verron J.* Three-vortex quasi-geostrophic dynamics in a two-layer fluid. Part 1. Analysis of relative and absolute motions // *J. Fluid Mech.* 2013, V. 717. P.232-254.
- Stepanov D.V., Novotryasov V.V.* Sub-inertial modulation of nonlinear Kelvin waves in the coastal zone // *Nonlinear Process in Geophysics*. 2013. V.20. P.357–364.
- Trofimov M.Yu., Kozitckiy S.B., Zakharenko A.D.* A mode parabolic equation method in the case of the resonant mode interaction // *Wave Motion*. 2015. V. 48. P. 42–52.
- Trofimov M.Yu., Kozitskiy S.B., Zakharenko A.D.* An elastic mode parabolic equation in the case of weak shear modulus // *Proceedings of Meetings on Acoustics (POMA)*. 2015. V. 24, № 1. art. no. 070011.
- Trofimov M.Yu., Kozitskiy S.B., Zakharenko A.D., Petrov P.S.* Ray mode parabolic equations and examples of its application in shallow water acoustics propagation problems // *Proceedings of Meetings on Acoustics (POMA)*. 2015. V. 24, № 1. art. no. 070010.
- Trofimov M.Yu., Zakharenko A.D., Kozitskiy S.B.* Mode Gaussian beam tracing // *Computer Physics Communications*. 2016. V. 207. P. 179-185.

### Патенты

- Максимов А.О., Половинка Ю.А.* «Геоакустический комплекс пассивного обнаружения придонных газожидкостных потоков» // Патент РФ № 129639 на полезную модель.
- Половинка Ю.А., Максимов А.О.* Пассивно-активный акустический метод обнаружения и локализации утечек газа в газожидкостной среде // Патент РФ № 2 584 721 на изобретение. БИМП, 2016 № 14.